

Государственное автономное образовательное учреждение  
дополнительного профессионального образования  
Свердловской области  
«Институт развития образования»

Кафедра физико - математических дисциплин

НЕ ДВА  
на ОГЭ  
С.Э. Нохрин, М.И. Альперин

Методические рекомендации

г. Екатеринбург 2015г.

Авторы:

Нохрин Сергей Эрнестович, Альперин Михаил Исаакович, к.ф.м.н.  
доцент кафедры физико - математических дисциплин

Рецензенты:

Шпарута Н.В., доцент, к.п.н. ГАОУ ДПО Институт развития образования

Коновалов А.В. учитель физики высшей категории СУНЦ УрФУ  
им. Б.Н. Ельцина

Екатеринбург: ИРО. – 2015г. с.

Учебно-методическое пособие предназначено для учителей математики старших классов средних общеобразовательных учреждений, стремящихся предотвратить двойки на ОГЭ . Подробно описаны и проиллюстрированы некоторые проблемные вопросы, связанные с методикой подготовки проблемной группы учащихся к успешной сдаче ОГЭ. Даны простые алгоритмы эффективного обучения проблемной группы школьников, основанные на интуитивно понятных действиях, позволяющих достичь требуемого результата без существенных моральных потрясений.

ГАОУ ДПО «Институт развития  
образования», 2015г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>5</b>
1.1	Очевидные проблемы . . . . .	6
1.2	Принцип простого автомата . . . . .	8
1.3	Как делать? . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Специфика ОГЭ и выбор заданий</b>	<b>13</b>
2.1	Шаги к успеху . . . . .	14
2.2	Проблемы решаемости заданий ОГЭ . . . . .	15
<b>3</b>	<b>АЛГЕБРА</b>	<b>20</b>
3.1	Задание №1 . . . . .	22
3.1.1	Задание №1 с десятичными дробями . . . . .	22
3.1.2	Раздаточный материал . . . . .	23
3.1.3	Варианты задачи №1 с десятичными дробями . . . . .	25
3.1.4	Задание №1 с обыкновенными дробями . . . . .	26
3.1.5	Раздаточный материал . . . . .	27
3.1.6	Варианты задачи №1 с обыкновенными дробями . . . . .	28
3.2	Задание №2 . . . . .	29
3.2.1	Задание №2 (укажите число) . . . . .	29
3.2.2	Раздаточный материал . . . . .	29
3.2.3	Варианты задачи №2 (укажите число) . . . . .	30
3.2.4	Раздаточный материал . . . . .	31
3.2.5	Варианты задачи №2 (верное утверждение) . . . . .	32
3.3	Задание №4 . . . . .	33
3.3.1	Раздаточный материал . . . . .	33
3.3.2	Варианты задачи №4 . . . . .	34
<b>4</b>	<b>ГЕОМЕТРИЯ</b>	<b>35</b>
4.1	Задание №9 . . . . .	38

4.1.1	Раздаточный материал . . . . .	42
4.2	Задание №11 . . . . .	45
4.2.1	Раздаточный материал . . . . .	53
<b>5</b>	<b>РЕАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА</b>	<b>58</b>
5.1	Задание №15 . . . . .	60
5.1.1	Раздаточный материал . . . . .	61
5.1.2	Варианты задачи №15 . . . . .	63
5.2	Задание №18 . . . . .	64
5.2.1	Раздаточный материал . . . . .	65
5.3	Задание №18 . . . . .	66
5.3.1	Раздаточный материал . . . . .	67
5.3.2	Варианты задачи №18 . . . . .	68

# 1 Введение

Одной из ключевых проблем, волнующей учителей 9-го класса по математике, является гарантия того, что основной государственный экзамен (далее будем писать просто ОГЭ) сдали все без исключения обучаемые, в том числе и самые-самые слабые (в математическом смысле). Полной гарантии, конечно, никто не даст: в конце концов двойку на экзамене можно получить и по роковой случайности, неблагоприятному стечению обстоятельств, независимо от того, насколько качественной была подготовка. Однако с помощью разумно организованной работы со школьниками можно значительно увеличить вероятность сдачи ОГЭ хотя бы на минимальный балл.

Разумеется, если школьник все 9 лет обучения имел по математике хотя бы тройку (не натянутую, а реальную, твёрдую) или ещё более высокие оценки, опасность того, что он не сдаст ОГЭ на минимальный балл незначительна. Есть, правда, момент, связанный с тем, что школьник может уверенно решать алгебру и почти не решать геометрию — тогда у него будет не меньше тройки за каждую четверть, но ОГЭ он не сдаст, так как не наберёт нужный балл по геометрии. Крайне редка, но теоретически не исключена обратная картина: по геометрии нужное число задач решается, по алгебре нет.

С реальной математикой подобных ситуаций не может возникнуть в принципе. «Реальная математика» требует от школьников лишь минимального здравого смысла и примитивных навыков в арифметике, алгебре, либо в геометрии. Поэтому, мы настоятельно рекомендуем оценивать каждого школьника отдельно по алгебре и по геометрии. Что у него будет стоять за математику в журнале — вовсе не важно. Важно, чтобы учитель (и школьник, конечно, тоже) чётко понимал, на какой

балл по алгебре и на какой по геометрии знает математику ученик.

Итак, оставим в покое школьников, находящихся вне, так называемой, зоны риска и будем работать с остальными. В настоящий момент этих остальных в большинстве школ не меньше половины от общего числа учеников. Среди них встречаются патологически больные, в принципе не могущие освоить школьный курс, дети (к сожалению, часто родители возражают против перевода таких детей в категорию детей с ограниченными возможностями, и школа вынуждена их учить наравне со всеми). Ещё более распространён случай, когда школьник учиться-то может, но не хочет, школу прогуливает, домашние задания не делает, на уроках откровенно валяет дурака и т. п. Наконец, есть школьники вполне нормальные, старательные, но (увы) совершенно не способные к математике. Мы будем вести речь исключительно о подготовке всех этих типов школьников, причём о подготовке именно математической. Мы понимаем, что есть и другие моменты, крайне важные для успешной сдачи математики: есть психология, есть мотивация, в конце-концов нужно просто научить работать школьников с тестами (грамотно распределять время, не ошибаться в заполнении бланков, приводить ответы к нужной форме и пр.). Но в настоящем пособии касаться этих аспектов работы учителя мы не будем.

## **1.1 Очевидные проблемы**

Типичная работа учителя выпускного класса (мы говорим об обычном классе, в котором достаточно большой процент двоечников и слабых троечников) в настоящее время выглядит так: на уроке проходится материал школьной программы по минимуму, без особого углубления в содержание изучаемого, решаются простые и очень простые задачи, пишется много однотипных тестов. Если с ними класс справляется плохо, а для учителя это равносильно тому, что в классе есть хотя бы 2 —

3 неудовлетворительные оценки, то либо проводятся дополнительные занятия во внеурочное время (как правило, со всем классом), либо, что встречается чаще, а приносит больший вред, прямо на уроках происходит замена нового материала повторением старого.

Но такая работа не даёт желаемого эффекта: слабые школьники остаются слабыми, а те, кто посильнее, в худшем случае опускаются на уровень слабых, в лучшем — остаются на своё уровне и не растут.

Опыт показывает, что готовить к ОГЭ (равно к ЕГЭ или любому другому экзамену) школьников с разным уровнем подготовки нужно по-разному. Нормально успевающего ученика не нужно «натаскивать» на задачи ОГЭ вовсе, ему надо давать нормальную математику, давать задачи и простые, и средние, и сложные. Этого вполне хватит, чтобы сдать любой экзамен по математике не на двойку. Именно на такого «нормального» ученика и следует ориентироваться при работе на уроке.

С реальными же претендентами на двойку, заниматься следует отдельно. Желательно заставить таких детей больше работать самостоятельно, решать простые задания, довести их выполнение до автоматизма. Правильнее это делать после уроков, лучше дома. Авторы допускают, что в случае, если в классе все (кроме, может быть, 1 — 2 учеников) — потенциальные двоечники, «натаскивать» придётся прямо на уроках (конечно, в этом случае, тем одному — двум ученикам, кто посильнее, нужно дать другую работу, более серьёзную, соответствующую их уровню и амбициям), но считают, что такие классы — скорее, исключение, чем правило.

Заставить современного немотивированного школьника учиться, очень сложно. Заставить же заниматься математикой претендентов на неудовлетворительную оценку на ОГЭ несоизмеримо сложнее. Но делать это необходимо. Если ученик, особенно слабый, не будет ра-

ботать самостоятельно, написать экзаменационную работу на положительную оценку ему навряд ли удастся. Об этом можно и нужно говорить ученикам и их родителям; само осознание этого факта некоторым школьникам поднимет мотивацию к работе. К сожалению, большое количество школьников попросту индифферентны к результатам экзамена, их, скорее всего, придётся просто заставлять. Трудность заключается в том, что можно заставить работать «из под палки», а вот заставить учиться таким манером невозможно в принципе: учение — процесс творческий.

## 1.2 Принцип простого автомата

В настоящем пособии мы предлагаем серию заданий для урочной и самостоятельной работы математически слабых школьников, обучающихся в 9 классе. Сами задания чрезвычайно просты, настолько просты, что каждый школьник в состоянии выполнить их самостоятельно. Идея методики состоит в том, что каждый цикл этих тривиальных задач приводит к решению некоторого (вполне определённого) класса задач ОГЭ. Поэтому школьник, прорешавший весь цикл и механически усвоивший его алгоритм, задачи этого класса на ОГЭ решит автоматически. Примерно также в начальной школе учат писать буквы: сперва палочки, закругления, крючочки — и каждый элемент многократно, по несколько строчек, а потом и буква пишется на автомате. Таким образом, от школьника требуется лишь механистическое воспроизводство результата; он просто выполняет механическую работу, значит его можно заставить её выполнить.

Предполагается, что основную работу школьник будет проделывать дома. И родители вполне в состоянии выполнить функцию контроля. Разумеется, здесь предполагается тесный контакт учителя с родителями — как правило, таких школьников необходимо просто заставлять



решать задания.

Подчеркнём, что контроль требуется не за качеством выполнения работы (правильность выполнения более-менее грамотный родитель тоже может оценить, но это совсем не обязательно), а за тем, что ребёнок её выполняет, и выполняет самостоятельно. Этот элемент — контроль родителя за выполнением заданий — автор считает обязательным. При его отсутствии не только не может быть никакой гарантии успешной сдачи ОГЭ учеником, но даже минимальной пользы от пособия, скорее всего, не возникнет.

### 1.3 Как делать?

Важнейшими моментами работы по предлагаемой методике являются следующие.

Прежде всего предполагается, что подобная работа будет проводиться только на заключительном этапе подготовки к ОГЭ, т. е. не раньше третьей четверти 9-го класса. На самом деле, вероятно, разумно активно её начинать не раньше начала апреля. Дело в том, что школьники, о которых идёт речь, чаще всего обладают типичным недостатком: они через неделю забывают всё, что изучили. Поэтому начинать работу по предлагаемой методике задолго до экзамена вряд ли уместно, правильнее просто изучать математику. С другой стороны, у обучающегося должен успеть выработаться навык на решение типовых задач, поэтому начинать надо не слишком поздно, не за неделю до экзамена, а чуть раньше. Начало апреля — самое время. Если очень хочется, можно и в январе начинать, но это уж для совсем плохо подготовленных, для тех, кому даже те сверхпростые задачи, которые приведены в настоящем пособии, нужно ещё разжёвывать.

Во-вторых, необходима регулярность. Задания должны даваться (и проверяться) ежедневно (хорошо, воскресения и праздники можно опу-

стить). Связано это с той же особенностью школьника быстро забывать материал. Необходимо же, чтобы приступая к работе, ученик помнил хотя бы в общих чертах то, что уже делал, иначе получится не повторение, а обучение с чистого листа. Последнее при работе по предлагаемой методике не допустимо, так как не вырабатывает привычки к решению типичных задач.

В третьих, не надо давать задания по темам. То есть, нехорошо сегодня давать, например, только задачи из первого параграфа, завтра — только из второго, послезавтра — из третьего и т. д. Ещё хуже посвятить одну неделю заданиям одного типа, вторую — другого. Такая работа по темам уместна (и единственно возможна) при нормальном обучении математике, а не при подготовке к экзамену, и только при работе с теми учениками, которые могут и хотят учиться. Для математически слабых школьников (а также школьников — лодырей) в период целенаправленной подготовки к ОГЭ это неприемлемо. Следует на каждый день давать по 1 — 2 заданию из различных темы.

В четвёртых, ни в коем случае нельзя давать заданий слишком много. В идеале ежедневная работа должна занимать не больше 10 — 15 минут. Понимаем, что это норматив начальной школы, но для уровня «не двойка» этого хватит. Можно, конечно, постепенно увеличивать число заданий, но всё равно их количество должно быть такое, которое не вызывает у ученика ощущения сложности (и тем более неразрешимости) работы.

Учитывать следует также и тот факт, что чем больше заданий, тем больше вероятность того, что школьник будет халтурить, а то и просто не выполнять работу. Вообще говоря, предлагаемые задания настолько просты, что среднему школьнику на выполнение каждого из них хватит минуты, максимум двух (а если уровень чуть выше, то задание будет сделано в уме в несколько секунд, которые уйдут на прочтение

условия и записи ответа). Для слабого школьника, возможно, времени понадобится больше (возможно, например, ему будет нужно заглянуть в учебник и прочитать, как всё решается задача), но не намного. В принципе, пять — шесть заданий (а именно столько мы и предлагаем давать слабому школьнику за один раз) выполняются за 10 — 15 минут. Такое время в течение дня любой ученик способен выделить, и нельзя сказать, что у какого-нибудь девятиклассника не хватит усидчивости или внимания для выполнения задания.

Ещё один момент, связанный с повышением мотивации школьника к решению заданий. Он связан с использованием социальных сетей, мобильных устройств, интернета. Ни для кого не секрет, что большинство современных школьников просто живёт всем этим: общаются через СМС и ММС сообщения, пропадают в «контакте» или в «одноклассниках» и т. п. Этой особенностью нынешнего поколения учащихся нужно пользоваться. Например, вполне разумно выставить задания на специальном сайте, который школьнику известен, туда же поместить подробную инструкцию решения таких заданий с тем, чтобы школьник в любой момент мог заглянуть и посмотреть, как же ему надо действовать при решении того или иного примера. Да и приём от школьников домашних заданий, их проверку, в ряде случаев уместнее проводить на компьютере. Не говорю о возможности консультаций с помощью гаджетов — такие консультации разумно проводить не только со слабыми учениками и не только на тривиальные математические темы.

Далее. У современных школьников, к сожалению, имеется трудно искореняемая привычка к списыванию. Поэтому если давать нескольким школьником одни и те же задания, то, скорее всего, кто-то один их сделает (хорошо, если сам), а остальные просто спишут. Проконтролировать, списал ли ребенок, или сделал сам, вряд ли удастся. Значит, работу надо организовать так, чтобы списывать было если не невоз-

можно, то хотя бы достаточно трудно, настолько трудно, что проще и быстрее решить самому. Это значит, задания каждому школьнику надо давать свои. Ровно поэтому мы в каждой теме даём много однотипных заданий. При этом не надо задавать задания по их номерам: через короткое время у всех школьников образуются готовые ответы и по номеру задания будет просто выписан ответ из списка. Необходимо каждый раз генерировать набор задач (для каждого ученика свой), но номера самих задач не указывать. Если школьник пожелает эти номера определить, ему придётся проделать объёмную и неприятную работу: по условию задачи найти её номер. Вряд ли кто-то этим будет заниматься — проще и быстрее выполнить задание.

Предлагаемые задания настолько просты, что любой учитель в состоянии сам придумать хоть 100, хоть 1000 подобных задач, значит, может организовать работу так, что каждое задание встретится не более одного раза. Конечно, со стороны учителя это дополнительный труд, но нельзя сказать, чтобы он был слишком затратным или ненужным.

Само же общение школьников между собой на тему как решить ту или иную задачу можно только приветствовать. Даже если более сильный ученик решит вариант своему знакомому, в этом нет большой беды. Чаще всего при этом им будут даваться какие-то пояснения по сути задачи, но даже если и не так, списывающий всё равно увидит, как и что делается и будет запоминать алгоритм работы. Может, не так эффективно, как если бы он всё дела сам, а может, даже с большим эффектом — это уж от конкретной ситуации зависит. Тем более полезным представляется общение школьников, при котором решение задачи будет совместным, хотя такое общение, положив руку на сердце, следует признать маловероятным.

Кто-то может сказать, что предлагаемый метод излишне прост, как будто мы работаем не со школьником, а с обезьяной. Что же, так оно и

есть. Мы намеренно ориентируемся на избыточную простоту заданий: какие ученики, таков и метод их обучения. Ещё раз отметим, что метод годится только для работы с теми, кто не знает и не желает знать математики; для всех других типов школьников он не только бесполезен, он исключительно вреден, применять его для работы со всеми учениками класса, или не в период заключительного этапа подготовки к ОГЭ противопоказано. Однако помочь решить проблему получения минимального балла на ОГЭ он может, и в этом смысле представляется полезным.

## **2 Специфика ОГЭ и выбор заданий**

Давайте исходить из того, что школьник, на работу с которым ориентировано пособие, не будет решать на ОГЭ слишком много задач. По правде говоря, он ограничится минимумом и попытается закончить написание минут за 30 — 50, а не за 3 часа 55 минут, которые длится экзамен. Отчасти такое поведение оправдано, отчасти — нет.

Оправдано оно в том смысле, что ему действительно нет необходимости решать сложные задачи или много задач. Не оправдано ввиду того, что при такой работе школьник покидает экзамен досрочно, не использует в полном объёме предоставленное ему время. Кроме этого, при такой работе решения задач обычно не проверяются, допущенные ошибки не ищутся, соответственно, не исправляются, и балл, полученный за экзаменационную работу получается ниже планируемого. Если при этом ещё и планируемый школьником балл низок, результат может получиться совсем плохим: экзамен будет сдан на неудовлетворительную оценку.

## 2.1 Шаги к успеху

Предлагается ориентировать школьника на следующую работу при написании ОГЭ:

1) В первую очередь решать только те несколько задач, к которым он готов получше, не обращая внимания на остальные.

2) Решить эти задачи, по крайней мере на два, а лучше на три раза каждую.

3) Если в задаче получились разные ответы — понять, в каком из решений сделана ошибка.

4) Только после того, как будет уверенность, что задача решена верно, записать ответ в бланк.

5) Проверить, что запись сделана верно.

6) Только после этого решать остальные задачи с кратким ответом.

7) Если ответ в какой-то из этих оставшихся задач получился — уже хорошо. Его надо перепроверить и записать в бланк. Если при этом времени на проверку нет, или проверка громоздка, можно не проверять, а вписать в бланк ответов немедленно.

8) Если же какую-то задачу с номером 1 — 20 решить так и не удалось (либо время заканчивается, либо уже голова не соображает), следует в бланк написать какой-нибудь ответ, который кажется более правдоподобным. Записать надо обязательно: шанс угадать, пусть и незначительный, есть всегда.

Мы рекомендуем именно такой порядок действий. При этом отмечаем, что слабому школьнику гораздо важнее решить на несколько раз известные ему задания, и тем свести к минимуму вероятность ошибки в них, чем прорешать все 20 заданий абы как. Не менее важно решать такие задачи с начала экзамена, пока голова свежа, и внимание не рассеивается. Пусть на эти задания уйдёт не 10 — 15, а 40 минут, час, полтора, даже два — это второстепенно. И только когда эти зада-

чи решены надо приступать к остальным. При этом к моменту выхода из аудитории какой-то ответ на каждую из 20 задач с кратким ответом должны быть получены и записаны в бланк. Не удалось решить — пиши наугад, как подсказывает интуиция. Умышленно говорим «к моменту выхода с экзамена», а не «к концу экзамена»: конечно, в идеале надо бы работать на экзамене всё отводимое время, но этот идеал не достижим. Точнее, для его достижения нужна целенаправленная постоянная работа с 1-го по 9 класс, работа, направленная на повышение усидчивости и работоспособности. Да и если девятиклассник в состоянии 4 часа (и даже хотя бы 2 часа) подряд заниматься математикой, проблем сдачи на минимальный балл у него, обычно, нет — о таких школьниках мы не говорим в настоящем пособии.

Школьник-троечник (мысленно говорим «двоечник») обычно уже после часа работы, а то и раньше, перестаёт думать о предмете, и дальнейшее его пребывание на экзамене малополезно. Это короткое время от начала экзамена до того, пока мозги не начнут отключаться, надо максимально эффективно использовать, решив за него то, что решается и не тратя усилий на сложные задания. Это время — своё у каждого ученика, его можно и нужно увеличить разумной подготовкой, но такая подготовка должна идти в течение всего времени обучения в школе, начинать заниматься ей в конце 9-го класса слишком поздно.

## **2.2 Проблемы решаемости заданий ОГЭ**

Очевиден вопрос о числе заданий, которые надо выбрать в качестве первоочерёдных, и о том, какие задания надо выбирать для эффективной сдачи экзамена. Это зависит от того, что требуется для написания ОГЭ на школьную тройку, и какие задачи решаются проще остальных. Для решения вопроса давайте внимательно посмотрим на структуру ОГЭ. За базу примем результаты ОГЭ 2014 года. Этого достаточно:

структура ОГЭ неизменна в течение уже нескольких лет, совершенно точно не изменится в этом году и не ожидается, что изменится в следующие годы.

Основной государственный экзамен по математике в 2014 году проходила в два этапа. Основной день был назначен на 31 мая, второй — на 19 июня.

Работа, как всегда, состояла из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». В модули «Алгебра» и «Геометрия» входило две части, соответствующие проверке на базовом и повышенном уровнях, в модуль «Реальная математика» — одна часть, соответствующая проверке на базовом уровне.

При решении базовой части учащиеся должны были продемонстрировать только базовые знания: владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приёмов решения задач и пр.), умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Части 2 модулей «Алгебра» и «Геометрия» были направлены на проверку владения материалом на повышенном уровне. Их назначение — дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, составляющую потенциальный контингент профильных классов.

Эти части содержали задания повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики. Для получения положительных баллов за эти задания было необходимо представить не только ответ, но и подробную запись решения. Задания в вариантах были расположены по нарастанию трудности — от относительно более простых



до сложных, предполагающих свободное владение материалом курса и хороший уровень математической культуры.

Модуль «Алгебра» содержал 11 заданий, в том числе 8 заданий в части 1 и 3 задания в части 2. Модуль «Геометрия» содержал 8 заданий, в том числе 5 заданий в части 1 и 3 задания в части 2. Модуль «Реальная математика» содержал 7 заданий в части 1. Итого, на ОГЭ ученикам предложено 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня, 4 задания повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности.

Для оценивания результатов выполнения работ обучающихся применялись два количественных показателя: рейтинг (максимальное значение — 38 баллов) и традиционная отметка «2», «3», «4», «5».

Максимальное количество баллов, которое мог получить экзаменуемый за выполнение всей экзаменационной работы, — 38. Из них за модуль «Алгебра» — 17 баллов, за модуль «Геометрия» — 14 баллов, за модуль «Реальная математика» — 7 баллов.

Задания с номерами 1 — 20, оценивались одним баллом каждое. Этот балл ставился, если был вписан верный ответ в бланк ответов.

Задания 21 и 24 оценивались двумя баллами максимум, 22 и 25 — максимум тремя баллами, а 23 и 26 — четырьмя. Такой максимальный балл можно было получить, если в бланке развёрнутых ответов было приведено верное и полностью обоснованное решение, не содержащее математических изъянов. За эти задания можно было получить частичный балл, на 1 меньше максимального, в случае наличия в решении небольшой ошибки, не носящей принципиального характера и не влияющей на общий ход решения. По сути это означает, что и в задачах 21 — 26 баллы ставились только в том случае, если задача была решена, но при этом требовалось ещё и описание решения.

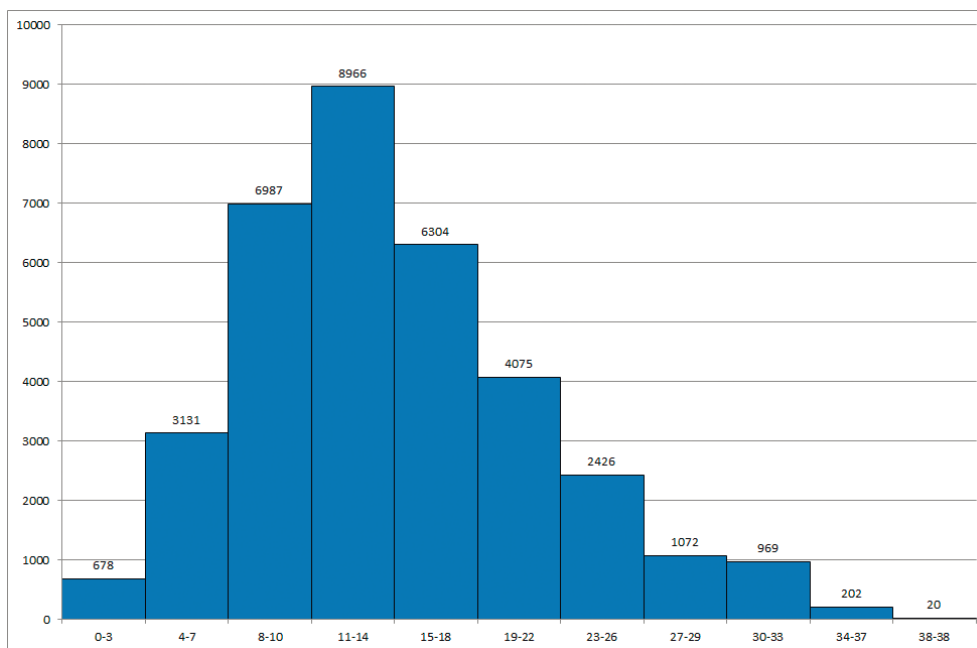
Надо заметить, что школьнику, с трудом преодолевающему минимальный порог, решение задач второй части обычно не под силу. Ис-

ключения, конечно, найдутся, но речь в пособии пойдёт не о них, поэтому больше о задачах с развёрнутым ответом мы говорить не будем.

Средний балл по математике в области составил 14,68 балла за всю работу. Ниже в таблице приведены данные о распределении отметок по пятибалльной шкале, а на Диаграмме — гистограмма распределения общего балла.

### Распределение отметок по пятибалльной шкале

Аттестационная отметка	Число учащихся	% учащихся
«2»	272	0,79%
«3»	19490	55,96%
«4»	10379	29,80%
«5»	4689	13,46%



Гистограмма количества первичных баллов на ОГЭ 2014

Эти данные получены путем независимого оценивания в ходе статистической обработки результатов во всей области и могут расходиться

с данными, имеющимися в территориях. Надо обратить внимание также на то, что разброс по каждой из отметок по территориям весьма значителен.

Минимальный результат выполнения экзаменационной работы, свидетельствующий об освоении федерального компонента образовательного стандарта в предметной области «Математика» был равен 3 баллам, набранные в сумме за выполнение заданий всех трёх модулей. Преодоление этого минимального результата давало выпускнику право на получение, в соответствии с учебным планом образовательного учреждения, итоговой оценки по математике.

Здесь уместно добавить, что 3 балла — это сильно заниженная планка. Она обусловлена тем, что ОГЭ в 2014 году только стал обязательным для всех выпускников девятого класса; было принято решение ослабить требования к сдаче на минимальный балл, поскольку многие школьники и выпускающие их учебные заведения не были ориентированы на обязательную сдачу математики. В этом году ситуация иная, ОГЭ — форма экзамена уже известная и следует ожидать, что требования к результатам ужесточатся.

Так, по всей видимости, надо ожидать (если не в этом году, так в следующем), что для успешной сдачи экзамена потребуется решить определённое количество задач по алгебре, определённое по геометрии и определённое по реальной математике — именно такое решение озвучивалось изначально в прошлом учебном году. Предполагалось, что на тройку нужно набрать не менее 3 баллов за алгебру, 2-х за геометрию и 2-х за модуль «Реальная математика». Кроме того, общее число набранных баллов должно было быть не меньше 8, то есть дополнительно к 7 задачам, составляющим необходимый минимум по каждому предмету, нужно было решить ещё хотя бы одну, не важно из какого раздела. Причину, по которой в прошлом году было отменено требова-

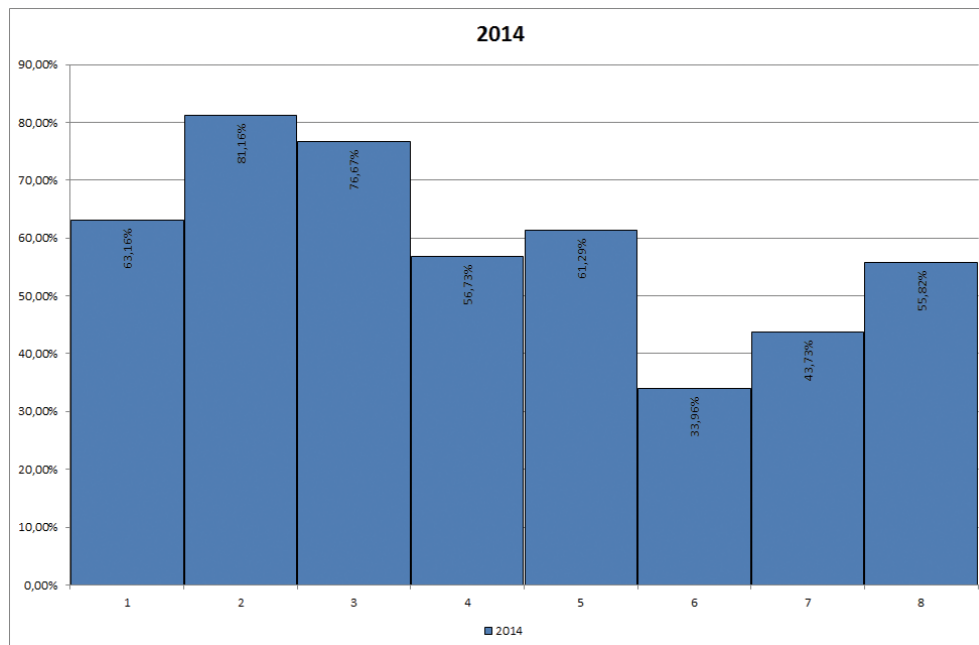
ние получение минимума по каждому из разделов, можно определить, если посмотреть на статистику сдачи по этим разделам: достаточно большое количество учеников, набрав с запасом нужное для «тройки» количество баллов не выполнило минимума по модулю «Геометрия».

Приведённые два критерия минимального балла, реальный и предполагаемый, являются границами диапазона, в котором будет заключена реальная планка сдачи ОГЭ «не на двойку». В этом году предполагается (как будет — посмотрим) необходимость набора 5 баллов, из которых 3 по алгебре, 1 по геометрии и 1 по реальной математике. Кроме того надо иметь в виду, что и при подготовке к написанию ОГЭ, и на самом ОГЭ надо учитывать возможность технической ошибки, неблагоприятных обстоятельств (например, если вдруг задача, успешное выполнение которой предполагалось, оказалась незнакомого типа). Вывод: для успешной сдачи нужно уметь решать 3 — 4 задачи по алгебре, 2 — 3 по геометрии и 2 — 3 по реальной математике. Именно на такое количество задач мы и рассчитываем наше пособие. Теперь наша ближайшая цель — понять, какие же типы задач в каждой из трёх номинаций (алгебра, геометрия и реальная математика) лучше выбрать для обязательного решения.

### **3 АЛГЕБРА**

Итак, мы хотим разделить 8 задач по алгебре из первой части ОГЭ на две группы: задачи первой группы (3 или 4) слабый школьник должен решить на ОГЭ в первую очередь, а задачи второй группы ему следует пропустить, не тратить на них времени. Опять подчеркнём, что мы работаем с самым плохо успевающим учеником, иначе вопрос бы ставился так: как решить ВСЕ задачи базового уровня. Понятно,

что во многом выбор заданий для первоочередного решения зависит от конкретного учащегося; например, если школьник помнит графики более-менее прилично, а при решении линейных неравенств часто ошибается, то задание с графиком нужно выполнить обязательно, а с неравенствами — по обстоятельствам. Но среди базовых есть типы задач, которые слабому школьнику усвоить проще, чем остальные. Чтобы понять, какие это задачи, давайте обратимся к статистике.



Решаемость задач по алгебре (статистика 2014 года)

Как видно из приведённой диаграммы наиболее решаемые задачи — это задачи с номерами 2, 3, 1 и 5 (возможно, кое-кому вместо задачи под номером 5 лучше подойдёт задача под номером 8). Видимо, их и надо считать самыми простыми, задачами первоочередного решения. Задачи 1 и 2 — это просто задачи на арифметику: действия с дробями, радикалами (в просторечии корнями) и сравнение чисел. Задание 3 проверяет действия с алгебраическими выражениями, а задание 5 — задание на графики. Задание 8 проверяет умение решать уравнения, неравенства и их системы. Все эти данные взяты из предлагаемой ФИПИ сертификации. Это значит, что задания на реальном ОГЭ не будут

расходиться с указанными темами.

Иное дело, что сами темы (так, как они записаны в сертификации) очень обширны, по любой из них можно предложить огромный спектр задач самого разного уровня сложности. Однако надо учесть, что, во-первых, все эти задания берутся из открытого банка ОГЭ где разных типов задач не так много, а во-вторых, что уровень всё-таки базовый, и очень сложных заданий не будет. Так, если мы говорим о графиках, то, скорее всего, дело ограничится графиками линейных функций (прямыми), квадратичных функций (параболами с вертикальной осью) и графиками обратных пропорциональностей (гиперболами, асимптоты которых совпадают с осями координат). Если речь идёт об уравнениях и неравенствах, то это будут либо линейные, либо квадратные неравенства, причём, скорее всего, не сводящиеся к ним, а заданными прямо в стандартном для школьника виде. Так что типы задач с большой вероятностью можно считать известными. Конечно, есть вероятность, что появится что-то новое, не совсем ожидаемое. Здесь важно, с одной стороны, психологически подготовить школьника к такой возможности (в самом простом случае — просто пропустить неизвестное задание, и без паники решать следующее), с другой — рассмотреть возможно больше типов заданий по этой теме, чтобы указанную вероятность минимизировать. Именно поэтому мы в пособии на каждое задание дадим два — три разных типа задач. Ну а теперь переходим к самим заданиям.

### **3.1 Задание №1**

#### **3.1.1 Задание №1 с десятичными дробями**

**Пример 3.1** Найдите значение выражения  $\frac{5,6 \cdot 0,3}{0,8}$

**Решение.**

1. Посчитать количество знаков после запятой: в числителе 2, в знаменателе 1.

2. Перенести запятую в числителе в каждом множителе на 1 знак (всего на 2), а значит, в знаменателе на 2 знака.

$$\frac{5,6 \cdot 0,3}{0,8} = \frac{56 \cdot 3}{80}$$

3. Сократить дробь на 8 (если сразу не видно сокращения на 8, можно несколько раз сократить на 2)

$$\frac{56 \cdot 3}{80} = \frac{7 \cdot 3}{10}$$

4. Найти произведение в числителе

$$\frac{7 \cdot 3}{10} = \frac{21}{10}$$

5. Записать обыкновенную дробь в виде десятичной

$$\frac{21}{10} = 2,1$$

5. Записать ответ в бланк ответов

2	,	1																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

### 3.1.2 Раздаточный материал

#### Перенесите запятую

В примерах с 1 по 13 перенесите запятую на один знак.

- |          |         |          |          |          |
|----------|---------|----------|----------|----------|
| 1) 0,6   | 4) 0,17 | 7) 0,139 | 10) 7    | 13) 16,6 |
| 2) 7,5   | 5) 3,08 | 8) 1,111 | 11) 50   |          |
| 3) 12,34 | 6) 16,5 | 9) 12,5  | 12) 0,05 |          |

В примерах с 14 по 23 перенесите запятую на два знака.

- 14) 6            16) 0,36            18) 11,34            20) 1,134            22) 25,1  
15) 4,2            17) 0,008            19) 0,113            21) 0,786            23) 11,5

В примерах с 14 по 23 перенесите запятую на три знака.

- 24) 2,003            26) 1,25            28) 1,2453            30) 8  
25) 1,1            27) 0,034            29) 22,5

**Перенесите запятую, чтобы числитель и знаменатель дроби  
стали целыми числами**

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1) $\frac{4,6}{0,2}$ ,                    | 11) $\frac{2,86}{2,2}$ ,                  | 21) $\frac{40,6}{0,02}$ ,                  |
| 2) $\frac{7,16}{5,3}$ ,                   | 12) $\frac{27,6}{0,003}$ ,                | 22) $\frac{71,6}{0,3}$ ,                   |
| 3) $\frac{3,2}{1,76}$ ,                   | 13) $\frac{2}{1,76}$ ,                    | 23) $\frac{3,2}{1,76}$ ,                   |
| 4) $\frac{2,5 \cdot 2}{0,6}$ ,            | 14) $\frac{2,5 \cdot 2,6}{6}$ ,           | 24) $\frac{0,08 \cdot 0,2}{0,6}$ ,         |
| 5) $\frac{6,4 \cdot 0,1}{2,3}$ ,          | 15) $\frac{64 \cdot 0,1}{23}$ ,           | 25) $\frac{2,3 \cdot 10}{1,6}$ ,           |
| 6) $\frac{2,1}{3}$ ,                      | 16) $\frac{2,1}{0,03}$ ,                  | 26) $\frac{2,1}{30}$ ,                     |
| 7) $\frac{0,8 \cdot 2,3}{9}$ ,            | 17) $\frac{1,8 \cdot 0,3}{90}$ ,          | 27) $\frac{10,8 \cdot 0,2}{0,9}$ ,         |
| 8) $\frac{2}{0,6}$ ,                      | 18) $\frac{0,02}{0,3}$ ,                  | 28) $\frac{0,02}{0,6}$ ,                   |
| 9) $\frac{0,22}{0,6}$ ,                   | 19) $\frac{2}{0,6}$ ,                     | 29) $\frac{22}{0,6}$ ,                     |
| 10) $\frac{2,1 \cdot 2,2}{0,2 \cdot 2}$ , | 20) $\frac{2 \cdot 2,2}{0,2 \cdot 0,2}$ , | 30) $\frac{2,2 \cdot 3,1}{0,02 \cdot 2}$ . |

**Сократите дроби**



- |                      |                        |                               |                                      |   |
|----------------------|------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|---|
| 1) $\frac{6}{30}$ ,  | 9) $\frac{15}{45}$ ,   | 17) $\frac{25}{155}$ ,        | 25) $\frac{6 \cdot 2}{42}$ ,         | 33) $\frac{24 \cdot 3}{4 \cdot 12}$ ,   |
| 2) $\frac{7}{42}$ ,  | 10) $\frac{6}{14}$ ,   | 18) $\frac{6 \cdot 8}{12}$ ,  | 26) $\frac{12}{6 \cdot 8}$ ,         | 34) $\frac{72 \cdot 8}{18 \cdot 5}$ ,   |
| 3) $\frac{11}{55}$ , | 11) $\frac{9}{21}$ ,   | 19) $\frac{3 \cdot 2}{30}$ ,  | 27) $\frac{30}{3 \cdot 2}$ ,         | 35) $\frac{35 \cdot 15}{25 \cdot 14}$ , |
| 4) $\frac{5}{15}$ ,  | 12) $\frac{12}{27}$ ,  | 20) $\frac{9 \cdot 4}{18}$ ,  | 28) $\frac{36}{9 \cdot 2}$ ,         | 36) $\frac{21 \cdot 5}{14 \cdot 6}$ ,   |
| 5) $\frac{22}{33}$ , | 13) $\frac{15}{35}$ ,  | 21) $\frac{5 \cdot 3}{25}$ ,  | 29) $\frac{8}{5 \cdot 4}$ ,          | 37) $\frac{36 \cdot 4}{8 \cdot 12}$ ,   |
| 6) $\frac{2}{16}$ ,  | 14) $\frac{18}{42}$ ,  | 22) $\frac{4 \cdot 3}{32}$ ,  | 30) $\frac{26}{13 \cdot 4}$ ,        | 38) $\frac{6 \cdot 28}{21 \cdot 8}$ ,   |
| 7) $\frac{9}{24}$ ,  | 15) $\frac{18}{111}$ , | 23) $\frac{11 \cdot 2}{33}$ , | 31) $\frac{32}{4 \cdot 6}$ ,         | 39) $\frac{8 \cdot 18}{24 \cdot 6}$ ,   |
| 8) $\frac{12}{32}$ , | 16) $\frac{12}{74}$ ,  | 24) $\frac{14 \cdot 2}{48}$ , | 32) $\frac{9 \cdot 2}{3 \cdot 10}$ , | 40) $\frac{28 \cdot 18}{6 \cdot 21}$ .  |

**Запишите в бланк ответов**

- |         |          |           |         |           |
|---------|----------|-----------|---------|-----------|
| 1) 0,15 | 3) -16,3 | 5) -15,6  | 7) 8,72 | 9) -51,6  |
| 2) 21,5 | 4) 8,4   | 6) -16,54 | 8) 9,4  | 10) 8,726 |

**3.1.3 Варианты задачи №1 с десятичными дробями**

Найдите значение выражения

- |                                |                                  |   |
|--------------------------------|----------------------------------|---|
| 1) $\frac{4,6}{0,2}$ ,         | 5) $\frac{6,5 \cdot 0,1}{2,5}$ , | 9) $\frac{0,24}{0,6}$ ,                   |
| 2) $\frac{7,56}{5,4}$ ,        | 6) $\frac{2,1}{3}$ ,             | 10) $\frac{2,1 \cdot 2,2}{0,2 \cdot 2}$ , |
| 3) $\frac{3,2}{0,16}$ ,        | 7) $\frac{0,3 \cdot 2,1}{9}$ ,   | 11) $\frac{2,86}{2,2}$ ,                  |
| 4) $\frac{2,5 \cdot 2}{0,4}$ , | 8) $\frac{2}{0,4}$ ,             | 12) $\frac{27,6}{0,03}$ ,                 |

13) $\frac{2}{1,25},$	19) $\frac{2}{0,4},$	25) $\frac{2,1 \cdot 10}{1,5},$
14) $\frac{2,1 \cdot 2,6}{6},$	20) $\frac{2 \cdot 2,2}{0,2 \cdot 0,2},$	26) $\frac{2,1}{30},$
15) $\frac{63 \cdot 0,7}{21},$	21) $\frac{40,6}{0,02},$	27) $\frac{10,8 \cdot 0,3}{0,9},$
16) $\frac{2,1}{0,03},$	22) $\frac{72,6}{0,3},$	28) $\frac{0,02}{0,5},$
17) $\frac{1,8 \cdot 0,3}{90},$	23) $\frac{3,04}{1,6},$	29) $\frac{22}{0,5},$
18) $\frac{0,03}{0,2},$	24) $\frac{0,06 \cdot 0,2}{0,4},$	30) $\frac{2,2 \cdot 3,6}{0,02 \cdot 3}.$

### 3.1.4 Задание №1 с обыкновенными дробями

**Пример 3.2** Найти значение выражения  $\frac{2}{4} - \frac{3}{10}$

**Решение.**

1. Найти общий знаменатель:  $4 = 2 \cdot 2$ ,  $10 = 2 \cdot 5$ , наименьшее общее кратное НОК  $= 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$ .

2. Привести дроби к общему знаменателю:  $\frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{4}{20}$ ,  $\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{6}{20}$ .

3. Вычтем дроби:  $\frac{2}{4} - \frac{3}{10} = \frac{4}{20} - \frac{6}{20} = \frac{4-6}{20} = \frac{-2}{20}$ .

4. Сократить дробь и если нужно домножим и числитель и знаменатель дроби на одно и то же число, так чтобы в знаменателе стояло 10 или 100 или 1000:  $\frac{-2}{20} = \frac{-1}{10} = -0,1$ .

5. Записать ответ в бланк ответов

-	0	,	1																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

### 3.1.5 Раздаточный материал

**Найти наименьшее общее кратное чисел.**

- |              |               |               |                 |
|--------------|---------------|---------------|-----------------|
| 1) 3, 6, 4;  | 4) 5, 10, 2;  | 7) 8, 14, 4;  | 10) 3, 4, 5;    |
| 2) 5, 6, 10; | 5) 22, 33, 4; | 8) 9, 6, 21;  | 11) 12, 15, 10; |
| 3) 5, 6, 15; | 6) 6, 21, 14; | 9) 13, 39, 6; | 12) 5, 10, 4.   |

**Умножьте числитель и знаменатель дроби на одно и то же число.**

- 1) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{2}{3}$  на число 5,
- 2) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{3}{4}$  на число 2,
- 3) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{5}{11}$  на число 8,
- 4) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{24}{25}$  на число 4,
- 5) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{32}{35}$  на число 4,
- 6) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{8}{6}$  на число 2,
- 7) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{11}{9}$  на число 8,
- 8) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{21}{8}$  на число 6,
- 9) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{3}{5}$  на число 4,
- 10) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{6}{8}$  на число 11,
- 11) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{1}{6}$  на число 21,
- 12) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{9}{7}$  на число 3,
- 13) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{7}{4}$  на число 22,
- 14) Умножьте числитель и знаменатель дроби  $\frac{3}{5}$  на число 8.

**Привести дроби к общему знаменателю.**

- |  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| 1) $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4};$  | 4) $\frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{1}{2};$  | 7) $\frac{7}{6}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3};$   | 10) $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{3}{11};$  |
| 2) $\frac{2}{5}, \frac{5}{6}, 4;$            | 5) $\frac{3}{22}, \frac{2}{33}, \frac{1}{4};$ | 8) $\frac{5}{6}, \frac{1}{21}, \frac{3}{14};$ | 11) $\frac{3}{13}, \frac{5}{26}, \frac{1}{2};$ |
| 3) $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{15};$ | 6) $\frac{7}{4}, \frac{5}{7}, \frac{1}{3};$   | 9) $\frac{6}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{4};$  | 12) $\frac{3}{22}, \frac{2}{33}, \frac{1}{6};$ |

**Умножьте числитель и знаменатель дроби на такое число, чтобы в знаменателе стояло 10, 100 или 1000.**

- |                   |                    |                     |                       |
|-------------------|--------------------|---------------------|-----------------------|
| 1) $\frac{1}{2},$ | 4) $\frac{6}{25},$ | 7) $\frac{9}{125},$ | 10) $\frac{11}{500},$ |
| 2) $\frac{3}{4},$ | 5) $\frac{7}{8},$  | 8) $\frac{4}{50},$  | 11) $\frac{21}{40},$  |
| 3) $\frac{8}{5},$ | 6) $\frac{7}{20},$ | 9) $\frac{7}{200},$ | 12) $\frac{3}{40}.$   |

**Запишите дробь десятичной дробью.**

- |                        |                       |                       |                        |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $\frac{1}{10},$     | 4) $\frac{25}{10},$   | 7) $\frac{32}{10},$   | 10) $\frac{34}{10},$   |
| 2) $\frac{6}{1000},$   | 5) $\frac{732}{100},$ | 8) $\frac{76}{100},$  | 11) $\frac{6}{100},$   |
| 3) $\frac{459}{1000},$ | 6) $\frac{3}{100},$   | 9) $\frac{345}{100},$ | 12) $\frac{21}{1000}.$ |

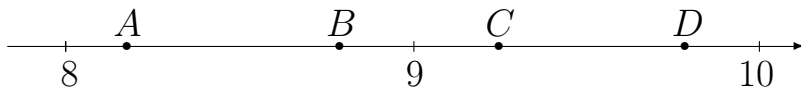
### 3.1.6 Варианты задачи №1 с обыкновенными дробями

- |                                 |                                   |  |
|---------------------------------|-----------------------------------|--|
| 1) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6},$ | 5) $\frac{7}{10} - \frac{3}{4},$  | 9) $\frac{5}{6} - \frac{1}{12},$                 |
| 2) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3},$ | 6) $\frac{5}{7} + \frac{2}{14},$  | 10) $\frac{1}{14} + \frac{2}{21} + \frac{1}{3}.$ |
| 3) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5},$ | 7) $\frac{8}{25} + \frac{3}{10},$ |  |
| 4) $\frac{4}{5} - \frac{1}{4},$ | 8) $\frac{9}{10} + \frac{1}{4},$  |  |

### 3.2 Задание №2

#### 3.2.1 Задание №2 (укажите число)

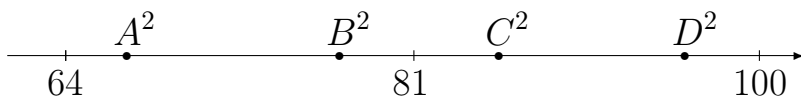
**Пример 3.3** Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу  $\sqrt{77}$ . Какая это точка?



1) точка A      1) точка B      1) точка C      1) точка D.

**Решение.**

1. Возведём все числа на рисунке в квадрат получим следующий рисунок.



2. Вычислим расстояние от числа  $(\sqrt{77})^2 = 77$  до числа 81 равно 4 ( $|81 - 77| = 4$ ).

3. Вычислим расстояние от числа 77 до числа 64 равно 3 ( $|64 - 77| = 3$ ).

4. Числу 77 соответствует  $A^2$ . Числу  $\sqrt{77}$  соответствует A.

5. Запишем ответ в бланк ответов

1																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

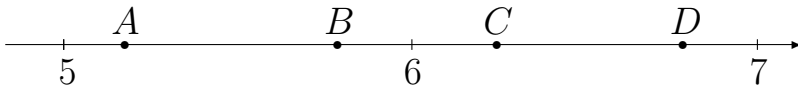
#### 3.2.2 Раздаточный материал

**Вычислить расстояние между числами.**

- |              |             |             |              |
|--------------|-------------|-------------|--------------|
| 1) 64 и 32,  | 4) 81 и 79, | 7) 67 и 49, | 10) 49 и 56, |
| 2) 92 и 121, | 5) 25 и 38, | 8) 64 и 57, | 11) 35 и 25, |
| 3) 49 и 37,  | 6) 49 и 22, | 9) 61 и 25, | 12) 72 и 64. |

### 3.2.3 Варианты задачи №2 (укажите число)

Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу  $x$ . Какая это точка?



1) точка  $A$     1) точка  $B$     1) точка  $C$     1) точка  $D$ .

1)  $x = \sqrt{45}$ ,      4)  $x = \sqrt{38}$ ,      7)  $x = \sqrt{42}$ ,      10)  $x = \sqrt{46}$ ,

2)  $x = \sqrt{28}$ ,      5)  $x = \sqrt{40}$ ,      8)  $x = \sqrt{36}$ ,      11)  $x = \sqrt{30}$ ,

3)  $x = \sqrt{34}$ ,      6)  $x = \sqrt{31}$ ,      9)  $x = \sqrt{44}$ ,      12)  $x = \sqrt{27}$ .

**Пример 3.4** На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ .



Какое из приведённых утверждений **неверно**?

1)  $y - x < 0$     2)  $x^2y > 0$     3)  $xy < 0$     4)  $x + y > 0$

**Решение.**

1. Число  $x$  отрицательно, а число  $y$  положительно, следовательно число  $y - x$  положительно. Утверждение 1) неверно.

2. Число  $x^2$  положительно, число  $y$  положительно, следовательно число  $x^2y$  положительно. Утверждение 2) верно.

3. Число  $x$  отрицательно, число  $y$  положительно, следовательно число  $xy$  отрицательно. Утверждение 3) верно.

4. Число  $x$  отрицательно, число  $y$  положительно и находится дальше чем  $x$  от 0, следовательно число  $x + y$  положительно. Утверждение 4) верно.

5. Записать ответ в бланк ответов

1																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

### 3.2.4 Раздаточный материал

На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ . Определить знак выражения.



- |              |               |                    |                    |
|--------------|---------------|--------------------|--------------------|
| 1) $x - y$ , | 3) $x + y$ ,  | 5) $x \cdot y$ ,   | 7) $x^2 \cdot y$ , |
| 2) $y - x$ , | 4) $-x - y$ , | 6) $y^2 \cdot x$ , | 8) $-x \cdot y$ .  |



- |               |                |                     |                     |
|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| 9) $x - y$ ,  | 11) $x + y$ ,  | 13) $x \cdot y$ ,   | 15) $x^2 \cdot y$ , |
| 10) $y - x$ , | 12) $-x - y$ , | 14) $y^2 \cdot x$ , | 16) $-x \cdot y$ .  |



- |               |                |                     |                     |
|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| 17) $x - y$ , | 19) $x + y$ ,  | 21) $x \cdot y$ ,   | 23) $x^2 \cdot y$ , |
| 18) $y - x$ , | 20) $-x - y$ , | 22) $y^2 \cdot x$ , | 24) $-x \cdot y$ .  |



- |               |                |                     |                     |
|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| 25) $x - y$ , | 27) $x + y$ ,  | 29) $x \cdot y$ ,   | 31) $x^2 \cdot y$ , |
| 26) $y - x$ , | 28) $-x - y$ , | 30) $y^2 \cdot x$ , | 32) $-x \cdot y$ .  |



- |               |                |                     |                     |
|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| 33) $x - y$ , | 35) $x + y$ ,  | 37) $x \cdot y$ ,   | 39) $x^2 \cdot y$ , |
| 34) $y - x$ , | 36) $-x - y$ , | 38) $y^2 \cdot x$ , | 40) $-x \cdot y$ .  |

### 3.2.5 Варианты задачи №2 (верное утверждение)

1) На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ .



Какое из приведённых утверждений **неверно**?

1)  $x - y > 0$ ,    2)  $-x - y < 0$ ,    3)  $x \cdot y > 0$ ,    4)  $(-x)^2 \cdot y > 0$ .

2) На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ .



Какое из приведённых утверждений **верно**?

1)  $x - y > 0$ ,    2)  $x + y < 0$ ,    3)  $x \cdot y < 0$ ,    4)  $-x \cdot y > 0$ .

3) На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ .



Какое из приведённых утверждений **неверно**?

1)  $x - y > 0$ ,    2)  $x + y > 0$ ,    3)  $y^2 \cdot x > 0$ ,    4)  $-x \cdot y > 0$ .

4) На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ .



Какое из приведённых утверждений **верно**?

1)  $x - y < 0$ ,    2)  $x \cdot y < 0$ ,    3)  $y^2 \cdot x < 0$ ,    4)  $-x \cdot y > 0$ .

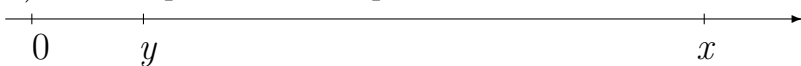
5) На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ .



Какое из приведённых утверждений **неверно**?

1)  $-x - y > 0$ ,    2)  $y^2 \cdot x > 0$ ,    3)  $x^2 \cdot y < 0$ ,    4)  $-x \cdot y < 0$ .

6) На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ .



Какое из приведённых утверждений **верно**?

1)  $x \cdot y < 0$ ,    2)  $y^2 \cdot x < 0$ ,    3)  $x - y < 0$ ,    4)  $-x \cdot y < 0$ .



7) На координатной прямой отмечены числа  $x$  и  $y$ .



Какое из приведённых утверждений **неверно**?

- 5)  $x \cdot y > 0$ ,    6)  $y^2 \cdot x < 0$ ,    8)  $-x \cdot y < 0$ ,    4)  $-x - y < 0$ .

### 3.3 Задание №4

**Пример 3.5** Решите уравнение  $13 + \frac{x}{4} = x + 1$

**Решение.**

1. Умножим все уравнение на общий знаменатель  $52 + x = 4x + 4$ .

2. Перенесем все члены содержащие неизвестные влево все известные вправо  $x - 4x = 4 - 52$ .

3. Выполним действия  $-3x = -48$ .

4. Разделим на коэффициент перед  $x$  ( $-3$ ):  $x = \frac{-48}{-3} = 16$ .

5. Запишем ответ в бланк ответов

1	4																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### 3.3.1 Раздаточный материал

Умножить всё уравнение на общий знаменатель.

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1) $3 + \frac{x}{5} = x + \frac{1}{2}$ ,              | 5) $\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}x + 5$ ,  | 9) $\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}x = \frac{2}{5}x + 4$ ,  |
| 2) $\frac{1}{3} + \frac{x}{4} = 4x$ ,                 | 6) $\frac{3}{2} + 1\frac{3}{4}x = 2x + \frac{1}{2}$ ,  | 10) $\frac{3}{5} + 1\frac{1}{2}x = 3x + \frac{1}{6}$ , |
| 3) $\frac{1}{4} + 5x = 2x + \frac{1}{5}$ ,            | 7) $\frac{2}{15} + \frac{4}{3}x = x + 5\frac{1}{5}$ ,  | 11) $5 + \frac{2}{3}x = 3x + 1\frac{3}{5}$ ,           |
| 4) $5 + \frac{1}{5}x = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{2}$ , | 8) $1\frac{1}{6} + \frac{8}{3}x = 1\frac{1}{2}x + 6$ , | 12) $3\frac{4}{5} + 1\frac{1}{6}x = 5x + 1$ .          |

Перенести все члены содержащие неизвестные влево, а все известные — вправо.

- 1)  $3x - 5 = 2x + 1$ ,      5)  $6x + 4 = 3x - 18$ ,      9)  $x + 24 = 38 - 21x$ ,  
 2)  $51x + 11 = -3x + 4$ ,    6)  $-3x - 6 = -8x + 1$ ,    10)  $65 + 11x = 98 - 16x$ ,  
 3)  $-3x - 6 = -x + 82$ ,    7)  $5 - 4x = -x + 8$ ,      11)  $3x + 21 = 12 + 4x$ ,  
 4)  $12x - 8 = -21x + 4$ ,    8)  $33 - 11x = 22 - 8x$ ,    12)  $33 - 13x = 61 + 3x$ .

Привести подобные.

- 1)  $21x + 4x = 13 - 43$ ,                      5)  $-6x + 2x = 46 - 11$ ,  
 2)  $5x = 52 - 16$ ,                              6)  $32x + 21x = 44 - 3$ ,  
 3)  $8x - 11x = -24$ ,                          7)  $x + 8x - 22x = 8 + 11$ ,  
 4)  $13x - 13x = 21 + 4$ ,                      8)  $4x - 16x = 3 - 15 + 24$ .

Разделить на коэффициент перед  $x$ .

- 1)  $6x = 42$ ,                      3)  $-4x = -124$ ,      5)  $6x = 39$ ,                      7)  $2x = -19$ ,  
 2)  $-11x = 242$ ,      4)  $3x = -39$ ,      6)  $-4x = 125$ ,      8)  $-5x = -11$ .

### 3.3.2 Варианты задачи №4

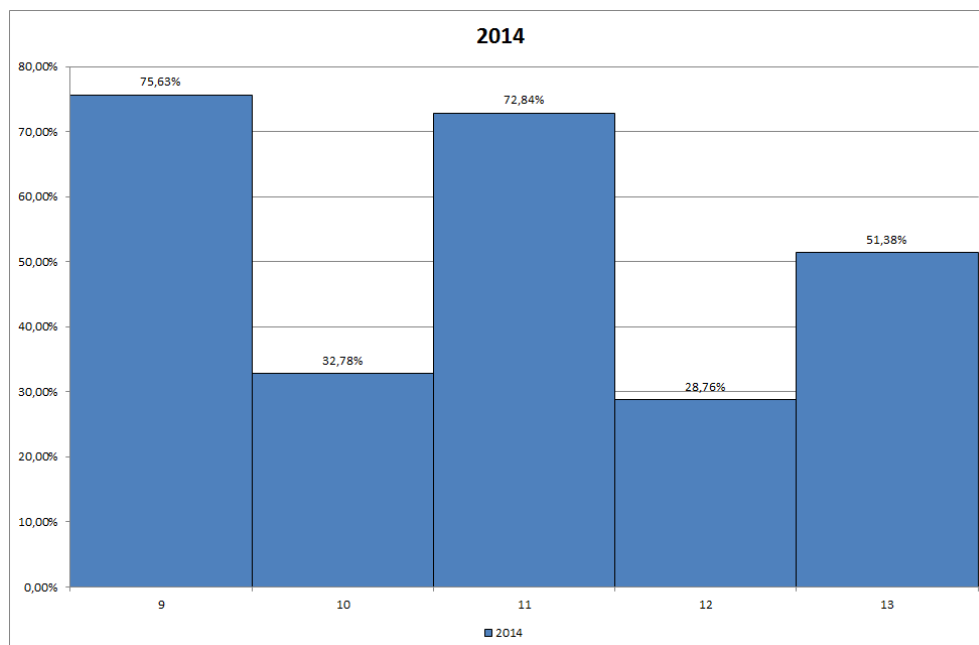
Решите уравнение.

- 1)  $3 + \frac{x}{5} = x + \frac{1}{2}$ ,      5)  $\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}x + 5$ ,      9)  $\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x + 4$ ,  
 2)  $\frac{2}{3} + \frac{x}{4} = \frac{x}{3}$ ,      6)  $\frac{3}{2} + 1\frac{3}{4}x = 2x + \frac{1}{2}$ ,      10)  $\frac{2}{5} + 1\frac{1}{3}x = x + \frac{1}{6}$ ,  
 3)  $\frac{1}{4} + 3x = 2x + \frac{1}{5}$ ,      7)  $\frac{2}{15} + \frac{4}{3}x = x + 5\frac{1}{5}$ ,      11)  $5 - \frac{x}{3} = 3x + 1\frac{3}{5}$ ,  
 4)  $5 + \frac{1}{5}x = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{2}$ ,      8)  $1\frac{1}{6} + \frac{7}{3}x = 1\frac{1}{2}x + 6$ ,      12)  $3\frac{4}{5} + \frac{5x}{6} = 5x + 1$ .

## 4 ГЕОМЕТРИЯ

По геометрии выбор не так велик, как по алгебре: всего 5 задач, а не 8. Правда, и выбрать из них надо не 3 — 4, а всего 1 — 2. Вторым неприятным моментом является сертификация. По сути ко всем заданиям в сертификации стоят одни и те слова: «уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами». Ещё из сертификации следует, что будет по одной задаче на каждую из тем «геометрические фигуры и их свойства», «треугольник», «многоугольник», «окружность и круг», «измерение геометрических величин». И это всё. Мы понимаем, что тема «окружность и круг» по умолчанию не самая простая, её брать не стоит. Также вряд ли правильно брать задания, в которых требуется из нескольких утверждений выбрать верное: ведь по сути это надо проверить правильность нескольких утверждений (обычно, четырёх), и ошибка хотя бы в одном пункте приводит к нулю баллов за всё задание.

Статистика решения геометрии приведена на следующей диаграмме.



Решаемость задач по геометрии (статистика 2014 года)

Хорошо видно, что более простыми задачами являются задания 9 и 11. Задача 9 — это задача на подсчёт углов. Для её выполнения нужно знать весьма немного фактов, но знать их твёрдо, безошибочно. Ну и не ошибиться в счёте. Задача 11 — это задача на тему «многоугольник». Опять же под многоугольником понимается либо параллелограмм (возможно, его частные случаи — ромб или прямоугольник), либо трапеция, либо правильный многоугольник с небольшим числом сторон (5, 6 или 8). Кроме того, в этой задаче почти всегда задействовано понятие площади и предполагается нахождение этой площади по известным формулам. Общая картина приведена в следующей таблице.

номер задания	раздел геометрии	процент выполняемости
13	Геометрические фигуры и их свойства	51%
9	Треугольник	76%
11	Многоугольники	73%
10	Окружность и круг	33%
12	Измерение геометрических величин	29%
В целом	модуль «Геометрия»	65%

Как уже отмечалось, элементы требований из спецификации, ввиду краткости, мало отражают необходимые навыки и умения. Эти умения формируются, начиная с 5 класса. Проблемы с усвоением геометрии, что в Свердловской области, что во всей России, отмечаются далеко не первый год. Хотя, надо признать, ситуация со временем улучшается, но крайне медленно. Характерны задачи, по которым набрано минимальное количество баллов. Эти задачи связанные с окружностью, вписанными в них фигурами, они решаются плохо. Весьма трудной, по мнению авторов наиболее трудной для девятиклассников, является и тема «тригонометрия», поскольку на неё отводится мало времени (11 часов в некоторых школах). Трудность последней темы связана также и с «непривычностью» материала. Кроме того, с понятием «соотношения» и «доли», многие школьники испытывают трудности, а в приложении к геометрическим величинам эти трудности и вовсе становятся непреодолимыми.

Итак, делаем вывод, что в качестве «обязательных» надо выбирать темы «треугольник» и «площадь многоугольника», т. е. задачи 9 и 11.

## 4.1 Задание №9

При подготовке к решению геометрических задач, даже самых простых, нужно добиться, чтобы школьник выучил назубок определённые геометрические факты, определения, теоремы. Об этом приходится говорить, поскольку в реальной жизни современные дети мало общаются с геометрией (с алгеброй больше, с числами ещё больше), геометрическая интуиция у них развита меньше, поэтому не приходится надеяться на то, что на экзамене она им поможет. Чаще всего, если нужный факт забыт (тем более, если школьник его просто никогда не знал), задача решена не будет, и верный ответ тоже не будет получен. Поскольку контингент, с которым мы сейчас работаем, никогда не будет помнить много геометрических фактов, следует выделить тот необходимый минимум, который школьник должен знать.

Так, для решения задачи №9 школьник должен запомнить следующие простые факты.

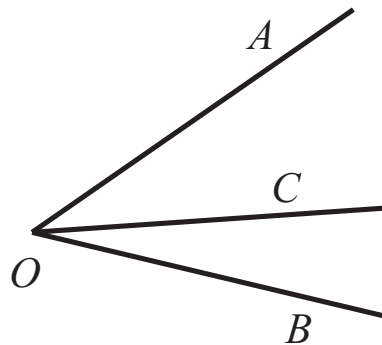
1) Сумма углов любого треугольника равна  $180^\circ$ .

2) Сумма смежных углов равна  $180^\circ$ .

3) Биссектриса угла делит его пополам.

4) В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

5) Если луч  $OC$  лежит внутри угла  $BOA$  (см. рисунок), то  $\angle BOA = \angle BOC + \angle AOC$ .



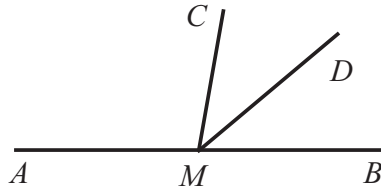
$$\angle BOA = \angle BOC + \angle AOC$$

6) При пересечении двух параллельных прямых третьей соответственные углы равны; накрестлежащие углы тоже равны.

Само собой разумеется, что эти факты ученик должен знать не «по формулировке», а «по сути», т. е. видеть нужные равные углы на ри-

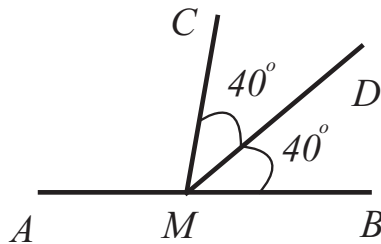
сунке, понимать, что такое биссектриса, что такое развёрнутый угол и пр. Конечно, это осложняет подготовку к геометрическим задачам, но без этого никак.

**Пример 4.1** На прямой  $AB$  взята точка  $M$ . Луч  $MD$  — биссектриса угла  $CMB$ . Известно, что  $\angle DMC = 40^\circ$ . Найдите угол  $CMA$ . Ответ дайте в градусах.

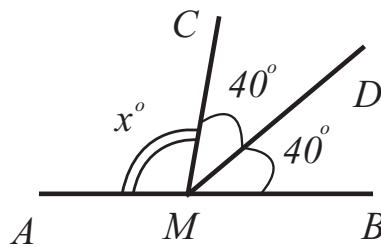


**Решение.**

1. Отметим на рисунке равные углы (по определению биссектрисы  $\angle DMC = \angle BMD$ ).



2. Расставим на рисунке данные в задаче углы и отметим угол, который надо найти (обозначив его переменной  $x$ ).



3. Составим уравнение  $x + 40^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ .

4. Решим уравнение; получим  $x = 100^\circ$

5. Запишем ответ (число 100) в бланк ответов

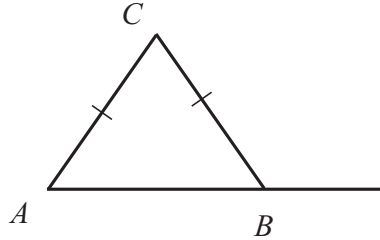




6. Запишем ответ (число 95) в бланк ответов

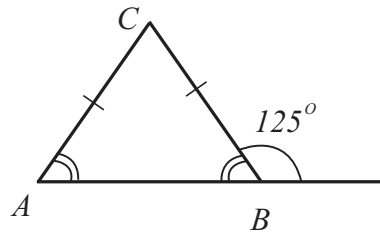
9	5																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Пример 4.3** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $125^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

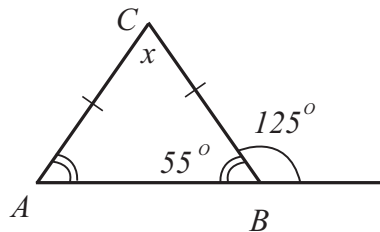


**Решение.**

1. Отметим на рисунке равные углы при основании равнобедренного треугольника и отметим заданный угол.



2. Обозначим угол, который надо найти, через  $x$  и найдём угол при основании равнобедренного треугольника ( $\angle CBA = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ ).



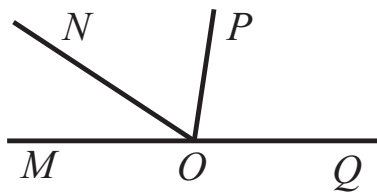
3. Запишем сумму углов треугольника  $ABC$  ( $x + 55^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ ) и решим полученное уравнение ( $x = 50^\circ$ ).

4. Запишем ответ (число 50) в бланк ответов

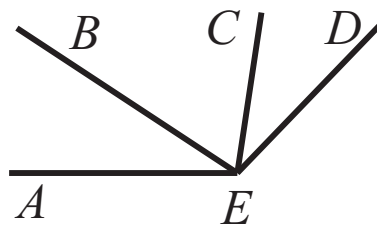
5	0																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### 4.1.1 Раздаточный материал

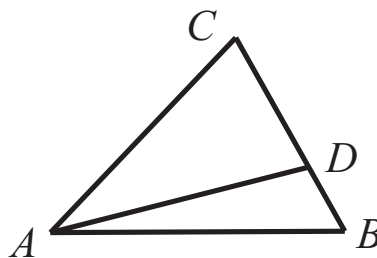
Отметьте (и обозначьте переменной  $x$ ) углы на рисунке



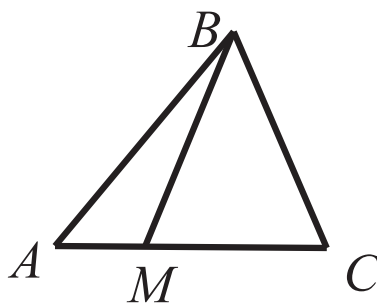
- 1)  $POQ$ ; 2)  $MOP$ ; 3)  $PON$ ; 4)  $NOQ$ .



- 5)  $BED$ ; 6)  $CED$ ; 7)  $CEA$ ; 8)  $AEC$ .

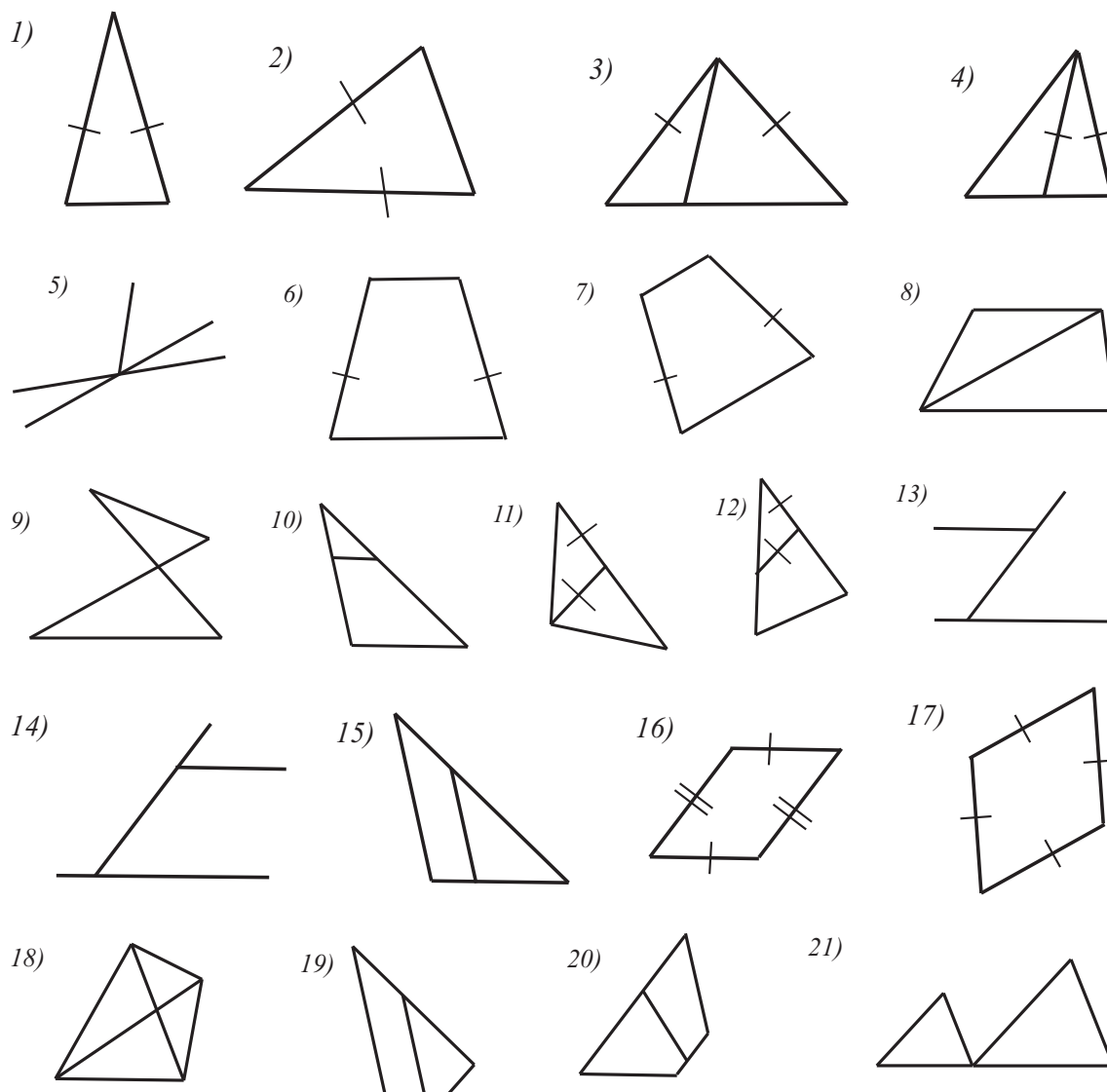


- 9)  $ADC$ ; 10)  $ACD$ ; 11)  $ACB$ ; 12)  $BDA$ ; 13)  $BAC$ .

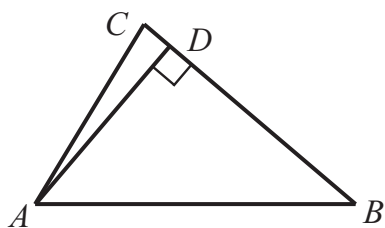


14)  $ACB$ ; 15)  $AMB$ ; 16)  $BMC$ ; 17)  $CBM$ ; 18)  $BAC$ .

**Отметьте на рисунке все пары равных углов**

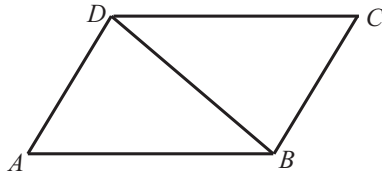


**На рисунке укажите численные значения всех углов, которые можно определить по данным задачи.**

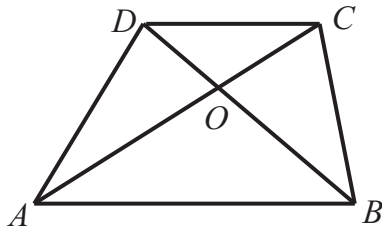


- 1)  $\angle ACB = 80^\circ$ ,  
 $\angle ABD = 38^\circ$ ;  
 2)  $\angle CAD = 13^\circ$ ,  
 $\angle CAB = 73^\circ$ ;

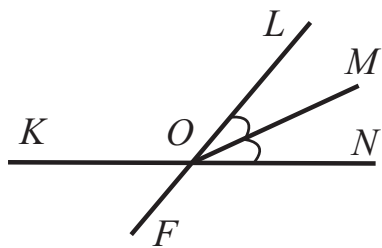
- 3)  $\angle ACB = 76^\circ$ ,  
 $\angle CAB = 67^\circ$ ;  
 4)  $\angle CAD = 12^\circ$ ,  
 $CB = CD$ .



- 5)  $\angle DAB = 70^\circ$ ,  $\angle ABD = 43^\circ$ ;  
 6)  $\angle ADB = 74^\circ$ ,  $\angle BDC = 27^\circ$ ;  
 7)  $\angle ABC = 122^\circ$ ,  $\angle CDB = 56^\circ$ ;  
 8)  $\angle CBD = 40^\circ$ ,  $AD = BD$ .

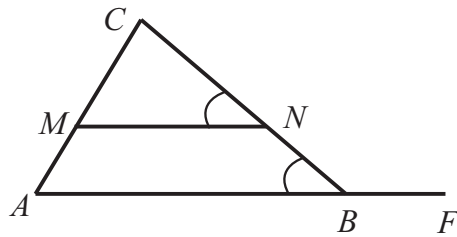


- 9)  $\angle AOD = 78^\circ$ ,  $\angle ACD = 22^\circ$ ;  
 10)  $\angle ADB = 74^\circ$ ,  $\angle DBA = 32^\circ$ ;  
 11)  $\angle COD = 99^\circ$ ,  $\angle OBA = 37^\circ$ ;  
 12)  $\angle ABC = 84^\circ$ ,  $AD = BC$ .



- 13)  $\angle LOM = 25^\circ$ ;  
 14)  $\angle KOF = 64^\circ$ ;

- 15)  $\angle NOF = 102^\circ$ ;  
 16)  $\angle KOM = 163^\circ$ .



- 17)  $\angle CBF = 132^\circ$ ;  
 18)  $\angle MCN = 74^\circ$ ,  $\angle CAB = 64^\circ$ ;  
 19)  $\angle ABC = 22^\circ$ ,  $\angle NMA = 98^\circ$ ;  
 20)  $\angle NBF = 140^\circ$ ,  $CN = MN$ .

#### 4.2 Задание №11

Задачи на нахождение площади фигур подразумевают знание формул, по которым эти площади считаются. Таких формул в геометрии немало, только для одного треугольника (общего вида) их по крайней мере пять: половина произведения основания на высоту, половина произведения двух сторон на синус угла между ними, формула Герона, полупериметр умноженный на радиус вписанной окружности, произведение трёх сторон делённое на учетверённый радиус описанной окружности). Если же брать всякие частные случаи получится ещё больше. Также нужны формулы для трапеций, параллелограммов и прочее. Авторы исходят из того, что математически слабый школьник не в состоянии выучить все эти формулы. Поэтому предлагается обойтись следующим минимумом.

- 1) Площадь треугольника всегда считается как половина произведения основания на высоту.
- 2) Площадь параллелограмма (в частности, ромба и прямоугольника) всегда считается как произведение основания на высоту.

3) Площадь трапеции всегда считается как полусумма оснований, умноженная на высоту.

4) Площадь любого многоугольника (трапеции и параллелограмма в частности) равна сумме площадей треугольников, на которые он разбивается.

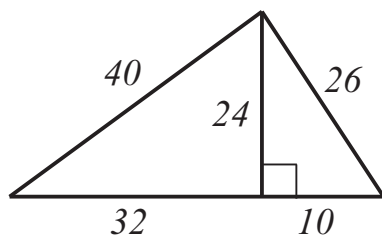
Последний пункт следует применять в тех случаях, когда либо вид многоугольника не определён, либо найти нужные для нахождения площади величины затруднительно. Типичный пример — произвольный четырёхугольник на клетчатой бумаге с вершинами в узлах сетки. Его разумно разбить на треугольники (обычно диагональю). Кстати, для таких фигур рекомендуем использовать ещё одну формулу — формулу Пика. Эта формула не изучается в стандартном курсе средней школы, но она очень проста и позволяет столь же просто и быстро искать площадь многоугольника любого вида. Формула такова.

$$S = a + \frac{b}{2} - 1.$$

Здесь  $a$  — количество узлов сетки, лежащих строго внутри многоугольника,  $b$  — количество узлов сетки, лежащих на его границе. Подчеркнём, что формула справедлива только для **многоугольника, все вершины которого лежат в вершинах клеток**, причём сторона клетки должна быть равна 1. Но других ситуаций в задачах базового уровня не бывает: если нарисована клетчатая бумага, то всегда сторона клетки 1, а вершины многоугольника в узлах сетки. Поэтому мы в дальнейшем не будем обращать внимание на указанные ограничения. Также мы не будем приводить её доказательство — всё равно слабый школьник его не выучит, а скорее всего, просто не поймёт. Желающие легко найдут доказательство в специальной литературе или в интернете (достаточно ввести в поисковик слова

«формула Пика»). Сама же формула легко запоминается и применяется даже очень слабыми учениками, поэтому показать её школьникам, заставить выучить и «натаскать» на использование при решении задач такого типа полезно и не занимает много времени.

**Пример 4.4** Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



**Решение.**

1. Вспомнить формулу площади треугольника ( $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$ ).

2. Найти на рисунке  $a$  и  $h$  ( $a$  — нижняя сторона треугольника,  $h$  — высота) и заметить, что высота известна.

3. Найти  $a$  ( $a = 32 + 10 = 42$ )

4. Подставить значения  $a$  и  $h$  в формулу и произвести вычисления  
 $S = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 24 = 504$

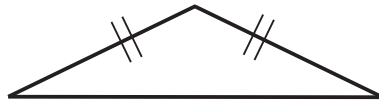
5. Записать ответ в бланк ответов.

5	0	4																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Применительно к этой задаче обратим внимание на 2 момента. Момент первый. В условии задачи имеются данные, которые для решения не нужны (длины двух других сторон). Это ситуация достаточно типичная для заданий ОГЭ и надо, чтобы школьники к ней были готовы. Это значит, что в процессе подготовки необходимо давать школьникам

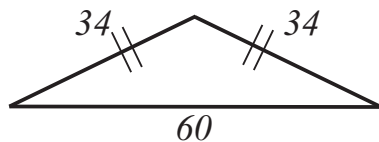
такие задания с «лишними данными». Понятно, не сразу, а начиная где-то с середины подготовки по данной задаче. Момент второй. Иногда «лишние данные» на самом деле могут быть найдены из других условий задачи (в приведённом примере по теореме Пифагора из прямоугольных треугольников, на которые высота разделила исходный). Поэтому если бы вместо этих значений стояли бы другие, то условие задачи было бы противоречивым, и сама задача решения не имела. На ОГЭ такая ситуация невозможна и говорить об ней слабым ученикам не надо. Но учитель всегда должен иметь её в виду, особенно, если он будет сам составлять подобные задания или их фрагменты.

**Пример 4.5** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

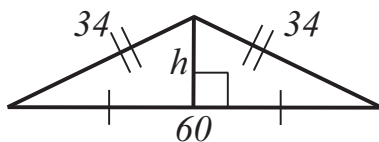


**Решение.**

1. Вспомнить формулу площади треугольника ( $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$ ).
2. Отметить на рисунке то, что дано.



3. Найти на рисунке  $a$  и  $h$  ( $a$  — нижняя сторона треугольника,  $h$  — высота, но высоты нет, поэтому её следует провести) и заметить, что основание  $a$  известно, а высота — нет.





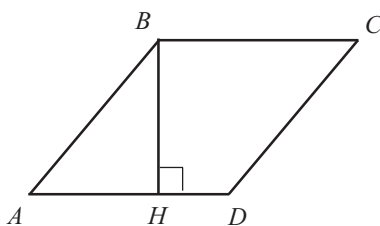
4. Из свойства равнобедренного треугольника найти половину нижнего основания, а затем и высоту ( $h = \sqrt{34^2 - \left(\frac{60}{2}\right)^2} = 16$ ).

5. Подставить значения  $a$  и  $h$  в формулу и произвести вычисления  $S = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 16 = 480$ .

6. Записать ответ в бланк ответов.

4	8	0																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

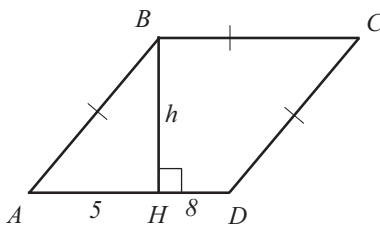
**Пример 4.6** Высота  $BH$  ромба  $ABCD$  делит его сторону  $AD$  на отрезки  $AH = 5$  и  $HD = 8$ . Найдите площадь ромба.



**Решение.**

1. Вспомнить, что ромб является параллелограммом и что его площадь вычисляется по формуле  $S = a \cdot h$ .

2. Отметить на рисунке данные задачи и понять, что для нахождения площади нужно найти высоту  $h$ .



3. Найти длину стороны ромба ( $a = AH + HD = 5 + 8 = 13$ ).

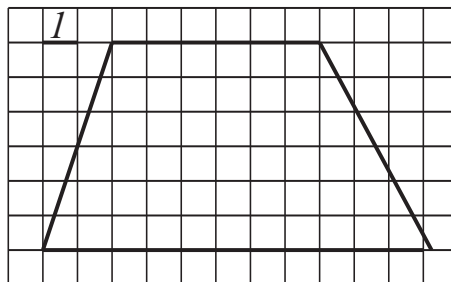
4. По теореме Пифагора из треугольника  $ABH$  найти высоту ( $h = \sqrt{a^2 - AH^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ ).

4. Найти площадь ромба ( $S = 13 \cdot 12 = 156$ .)

5. Записать ответ в бланк ответов.

1	5	6																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

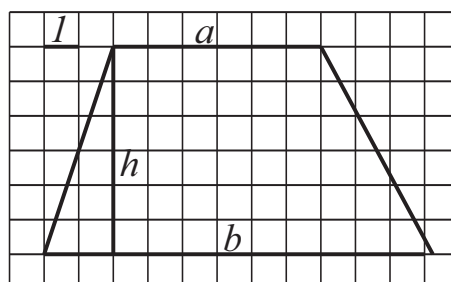
**Пример 4.7** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



**Решение.**

1. Вспомнить формулу площади трапеции ( $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ ).

2. Отметить на рисунке  $a$ ,  $b$  и  $h$  (высоту  $h$  следует провести).



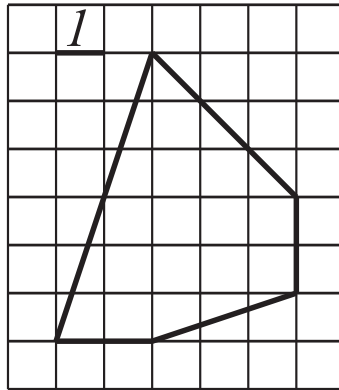
3. Подсчитав количество клеточек найти все нужные величины ( $a = 6$ ,  $b = 11$ ,  $h = 6$ )

4. Подставить значения величин в формулу и произвести вычисления  $S = \frac{6+11}{2} \cdot 6 = 51$ .

5. Записать ответ в бланк ответов.

5	1																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

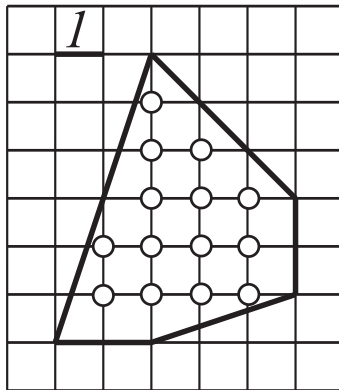
**Пример 4.8** Найдите площадь пятиугольника, изображённого на рисунке.



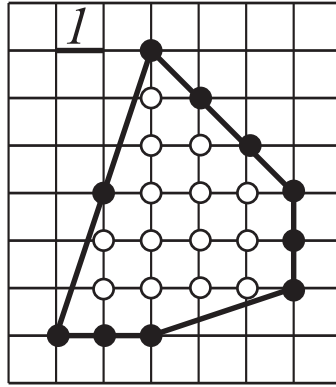
**Решение.**

1. Вспомнить формулу Пика ( $S = a + \frac{b}{2} - 1$ ).

2. Посчитать количество узлов сетки внутри пятиугольника (на рисунке — белые точки).  $a = 14$ .



3. Посчитать количество узлов сетки на границе пятиугольника (на рисунке — чёрные точки).  $b = 10$ .



4. Подставить значения  $a$  и  $b$  в формулу Пика и произвести вычисления  $S = 14 + \frac{10}{2} - 1 = 18$ .

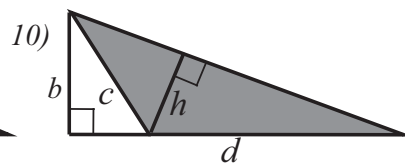
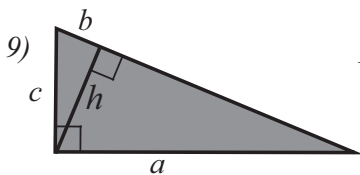
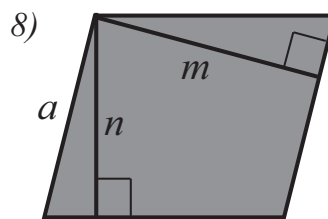
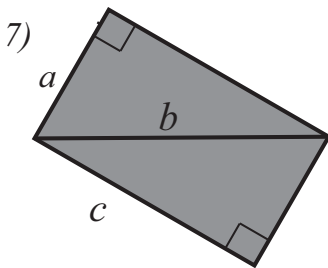
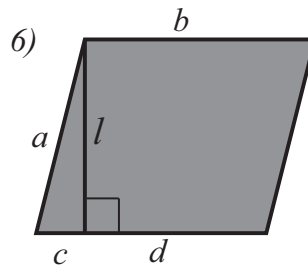
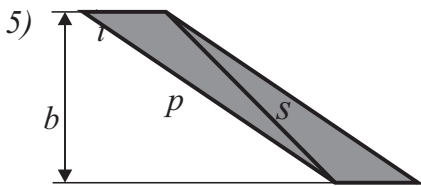
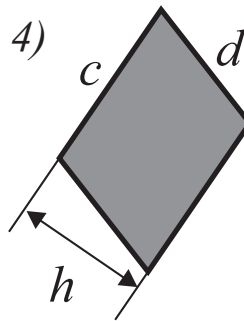
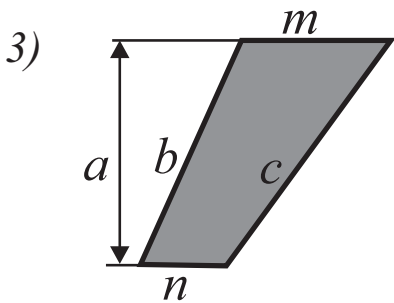
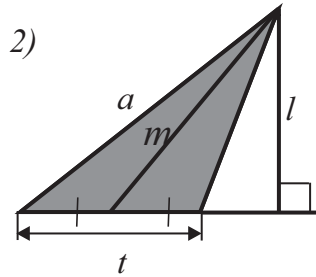
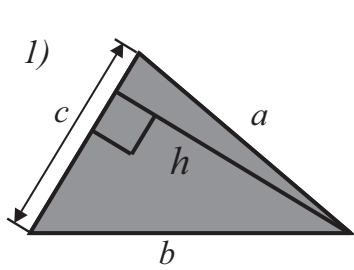
5. Записать ответ в бланк ответов.

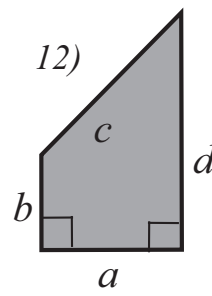
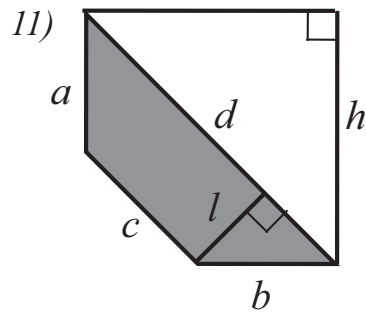
1	8																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Заметим, что эту задачу можно легко решать и без формулы Пика (это, видимо, и есть предполагаемое решение), а именно, можно пятиугольник разбить вертикальной диагональю на треугольник и трапеции и найти площади частей также, как это было сделано в предыдущем примере. Верно и обратное, что задачу из предыдущего примера можно легко решить с помощью формулы Пика. Какой метод предпочесть — дело вкуса.

4.2.1 Раздаточный материал

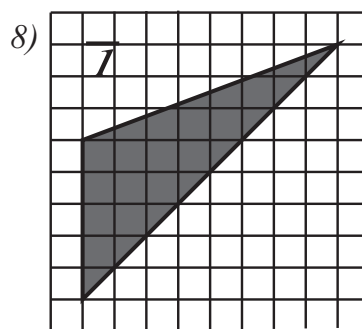
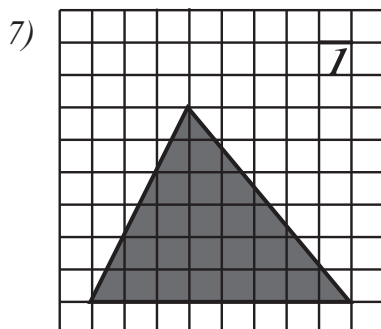
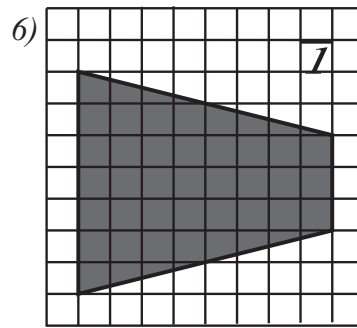
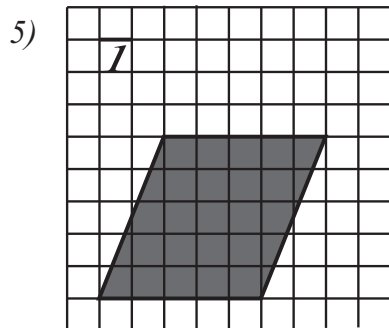
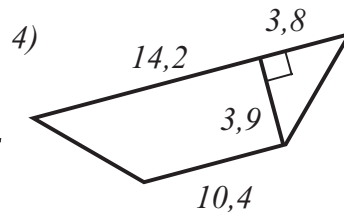
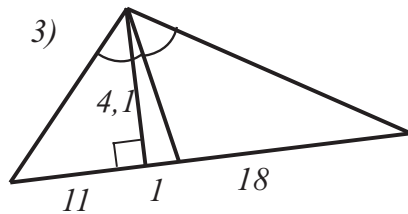
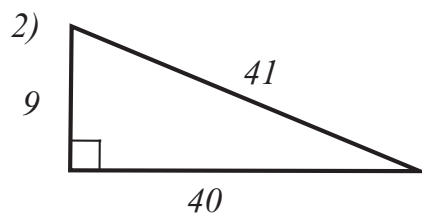
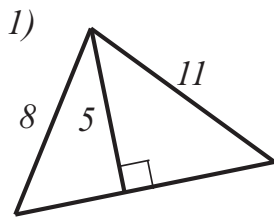
Напишите формулу, по которой находится площадь многоугольника, изображённого на рисунке.



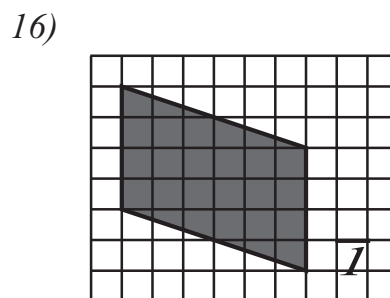
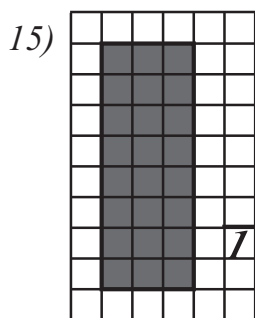
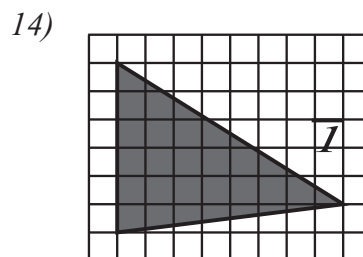
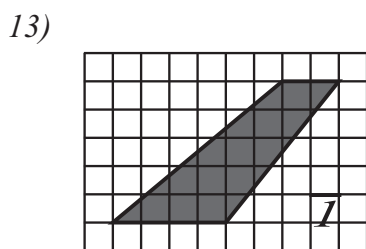
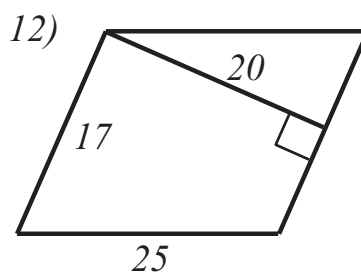
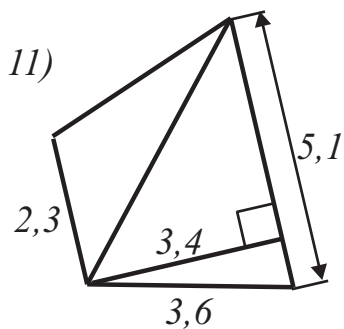
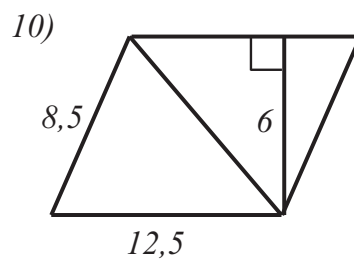
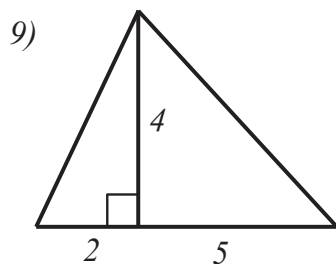


Найдите величину отрезка.

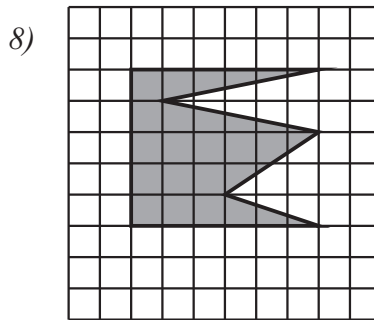
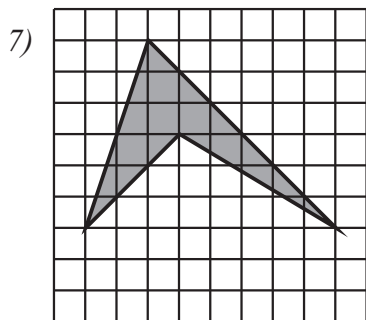
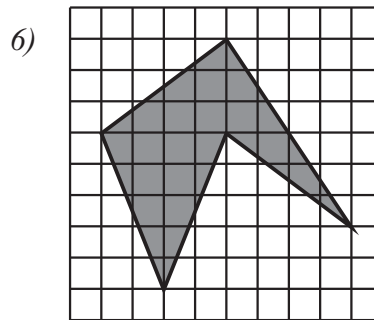
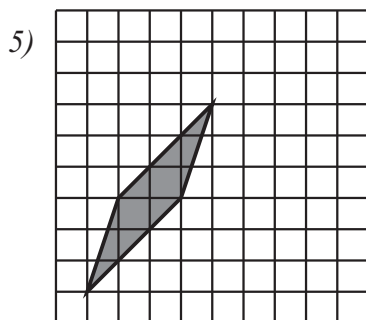
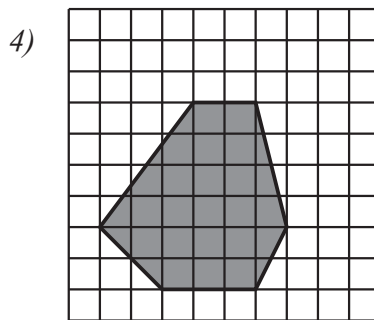
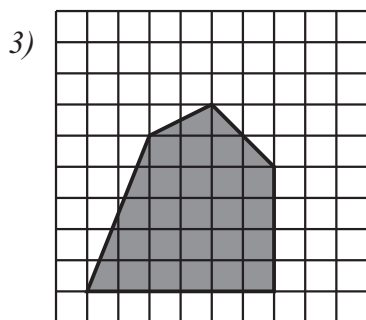
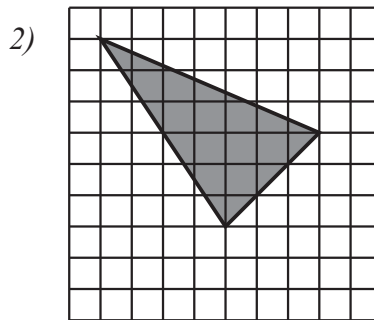
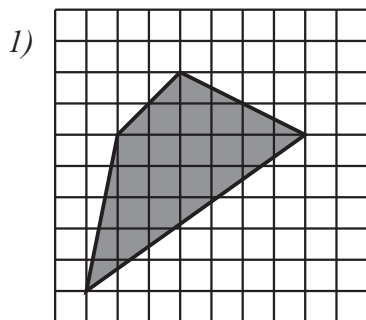
В заданиях 1 — 8 найдите высоту многоугольника.



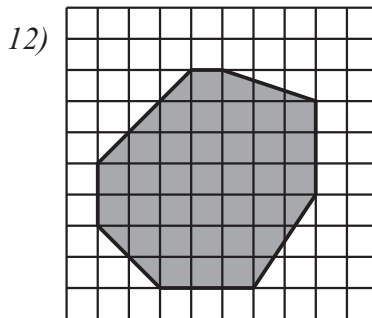
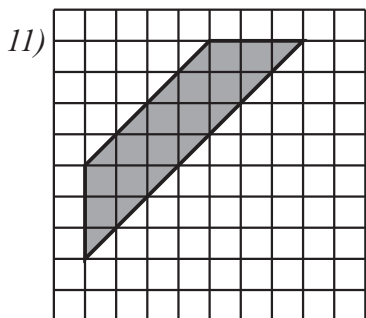
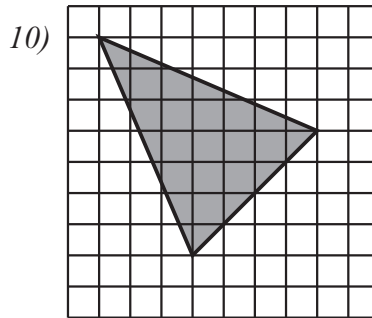
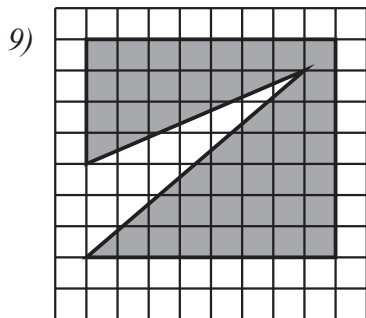
В заданиях 9 — 16 найдите основание многоугольника (в случае трапеции найдите оба её основания).



Представьте многоугольник в виде объединения (или разности) нескольких многоугольников, площадь которых легко находится.

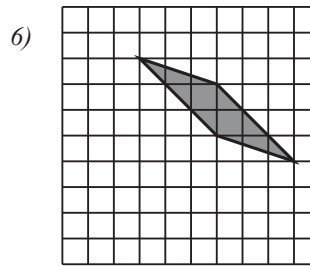
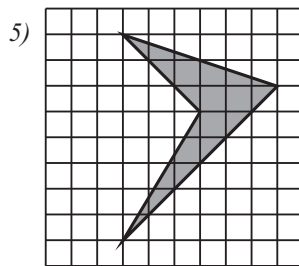
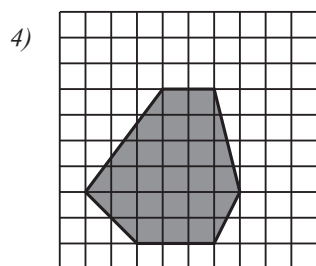
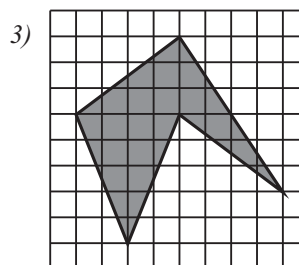
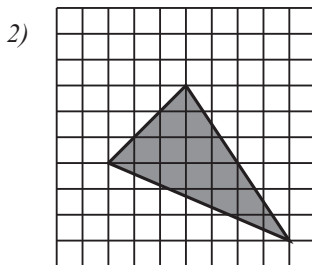
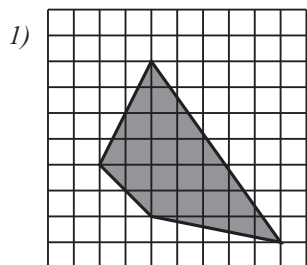






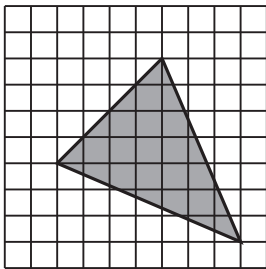
Применяем формулу Пика.

В задачах 1 — 6 подсчитайте количество узлов сетки, лежащих внутри многоугольника.

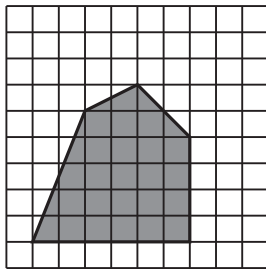


В задачах 7 — 12 подсчитайте количество узлов сетки, лежащих на границе многоугольника.

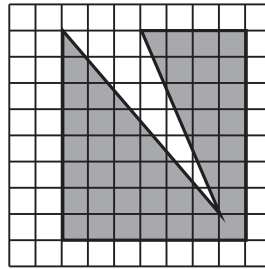
7)



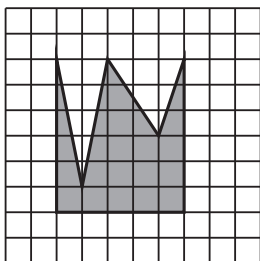
8)



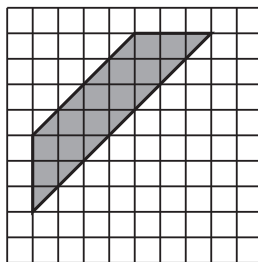
9)



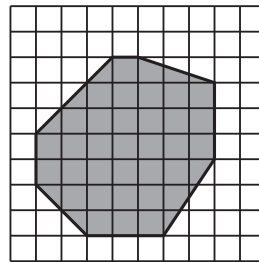
10)



11)

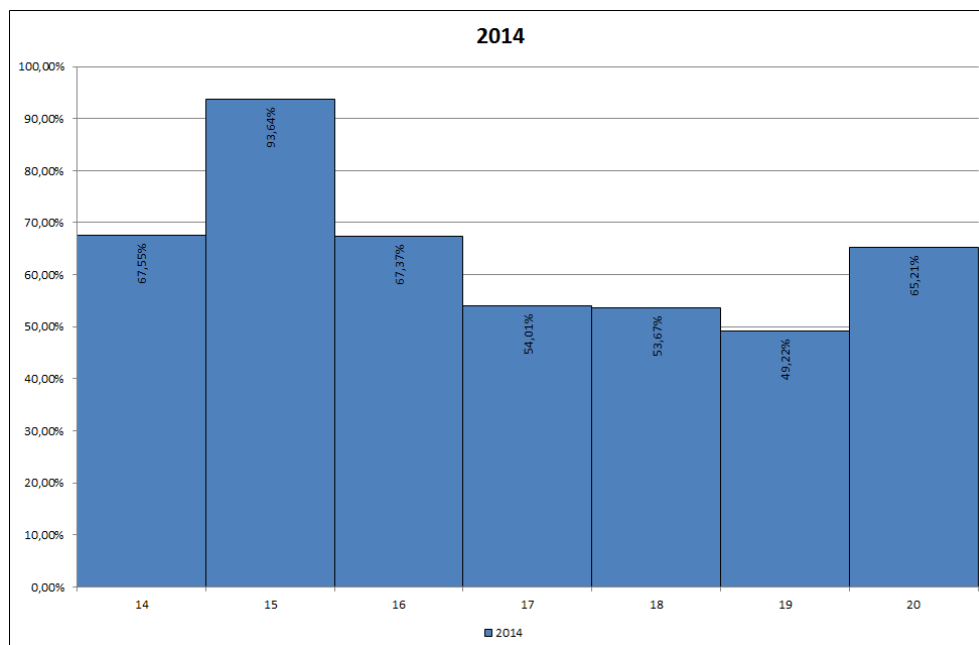


12)



## 5 РЕАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Задачи этого типа следует отнести к наиболее простым. Перед Вами статистика их решения.



### Решаемость задач по реальной математике (статистика 2014 года)

Как видно из приведённой диаграммы, задачи модуля «реальная математика» решаются практически одинаково, нет большой разницы в проценте их решаемости. Исключение составляет задача 15. Это задание надо взять обязательно. Какое задание выбрать вторым, в значительной мере дело вкуса. Мы предлагаем задание 18 — это тот же график, но на круговой диаграмме. Нам кажется, что такой выбор более естественен. А вот разделы «Элементы теории вероятностей» (задание 18) и «Геометрия» (задание 17) являются несколько более проблемными, выбирать эти задачи надо с известной долей осторожности. Распределение по темам и их решаемости можно увидеть из следующей таблицы:

номера заданий	раздел реальной математики	процент выполняемости
16, 19	Числа и вычисления	58%
20	Алгебраические выражения	65%
15	Функции и графики	94%
17	Геометрия	54%
14, 18	Статистика и теория вероятности	29%

Последняя таблица не вполне показательна, так как в ней «склеены» результаты выполнения заданий 16 и 19, а также заданий 14 и 18. Поэтому для правильного выбора лучше пользоваться не ей, а приведённой выше гистограммой.

Мы выбрали в качестве «обязательных» задания 15 и 18. Поговорим о них подробнее.

### 5.1 Задание №15

**Пример 5.1** На рисунке изображен график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наименьшее значение атмосферного давления в среду.



## Решение.

1. Определить о каких осях идет речь. Среда — по горизонтали (ось  $x$ ), давление по вертикали (ось  $y$ ).

2. Определить цену деления. По оси  $y$  цена деления 1мм ртутного столба, по оси  $x$  цена деления не нужна, поскольку среда явно выделена.

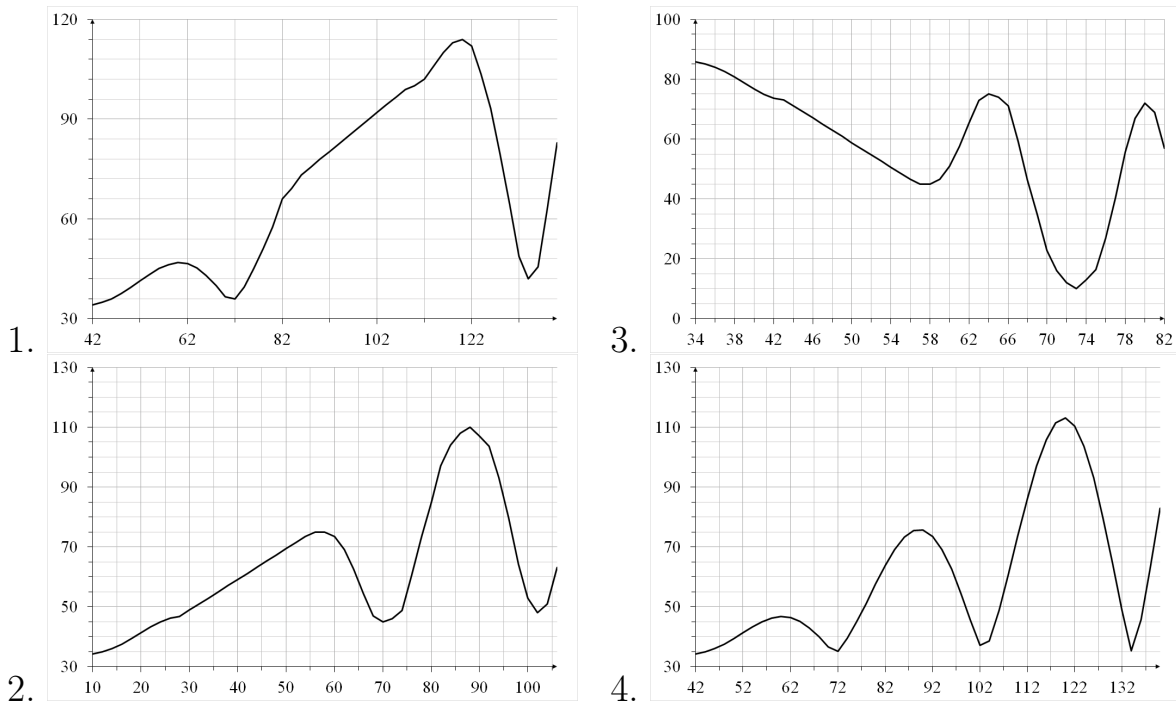
3. Дать ответ 753.

4. Записать ответ в бланк ответов

7	5	3																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

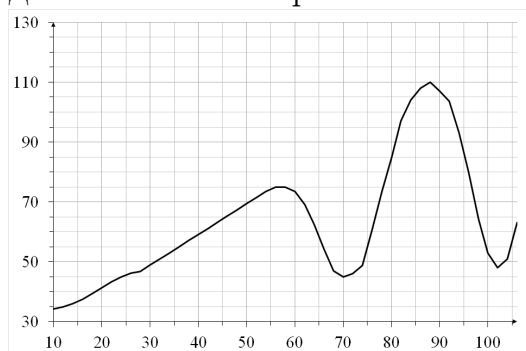
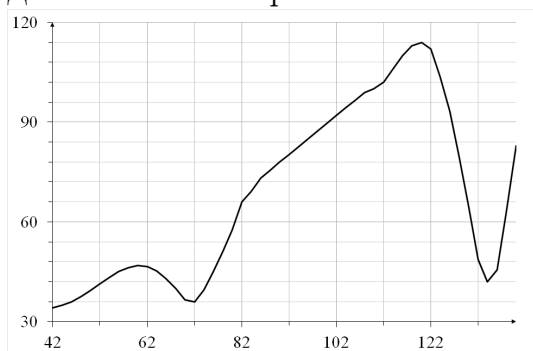
### 5.1.1 Раздаточный материал

#### Написать на осях цену деления

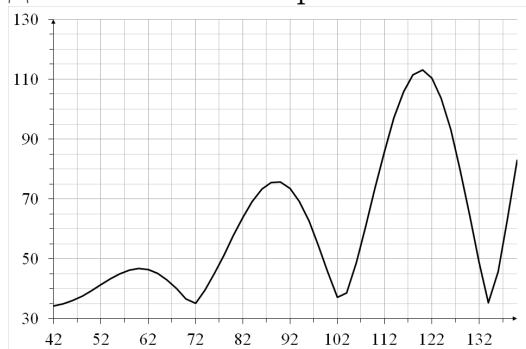
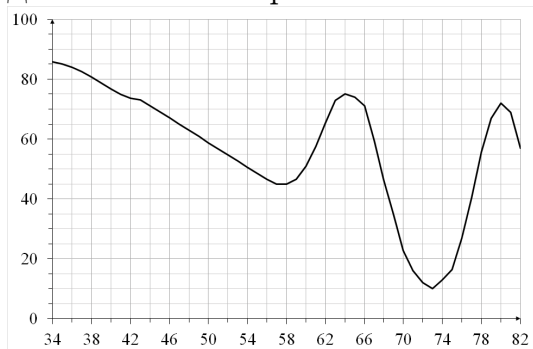


## Отметить промежуток на оси

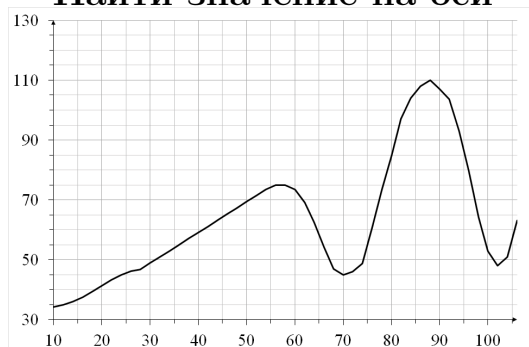
1. Обвести промежуток от 62 до 132 на горизонтальной оси
3. Обвести промежуток от 74 до 90 на вертикальной оси



2. Обвести промежуток от 77 до 112 на горизонтальной оси
4. Обвести промежуток от 72 до 110 на вертикальной оси



## Найти значение на оси

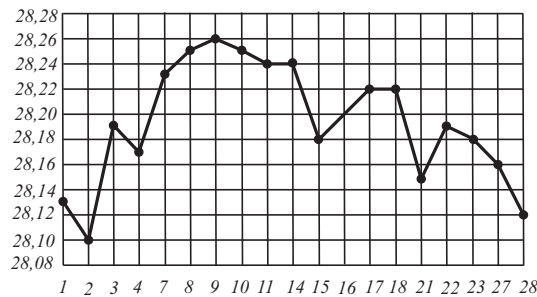


1. Найти максимальное значение на промежутке от 35 до 70.
2. Найти минимальное значение на промежутке от 50 до 90.
3. Найти на промежутке от 50 до 90 точку в которой значение минимальное.

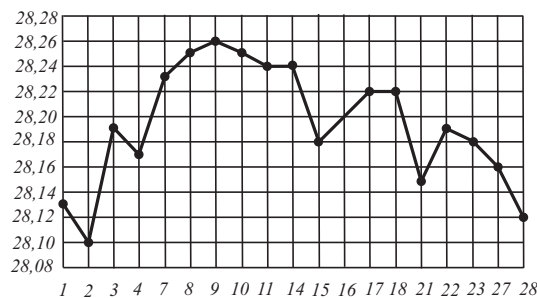
4. Найти на промежутке от 65 до 100 точку в которой значение максимальное.

### 5.1.2 Варианты задачи №15

1. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на все рабочие дни в феврале 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс доллара за период с 8 по 17 февраля 2006 года. Ответ дайте в рублях.

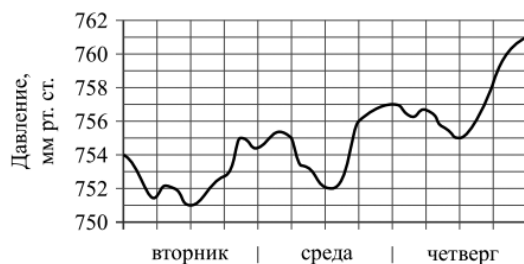


2. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на все рабочие дни в феврале 2006 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольший курс доллара за вторую половину (т. е. за период с 15 по 28) февраля 2006 года. Ответ дайте в рублях.

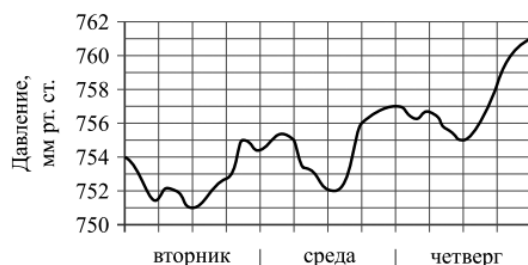


3. На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по

вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наибольшее значение атмосферного давления во вторник.



4. На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наибольшее значение атмосферного давления в среду.



## 5.2 Задание №18

**Пример 5.2** На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей.

Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. Пользователей из Беларуси больше, чем пользователей из России.
2. Пользователей из Украины меньше трети общего числа пользователей.
3. Пользователей из Беларуси больше, чем пользователей из Дании.
4. Пользователей из России меньше 4 миллионов.



В ответе запишите номера выбранных утверждений.

**Решение.**

1. Сектор цвета занимает большее место чем сетор цвета, следовательно утверждение 1 неверно.

2. Сектор белого цвета занимает меньше  $120^\circ$ , то есть меньше трети, следовательно утверждение верно.

3. Сектор Беларуси больше сектора другие страны. Дания входит в другие страны. То есть утверждение верно.

4. Сектор России занимает более половины места. Половина от 9 млн. — 4,5 млн. Утверждение верно.

5. Записать ответ в бланк ответов

1																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**5.2.1 Раздаточный материал**

1) На диаграмме представлен распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей. Отметьте верные утверждения

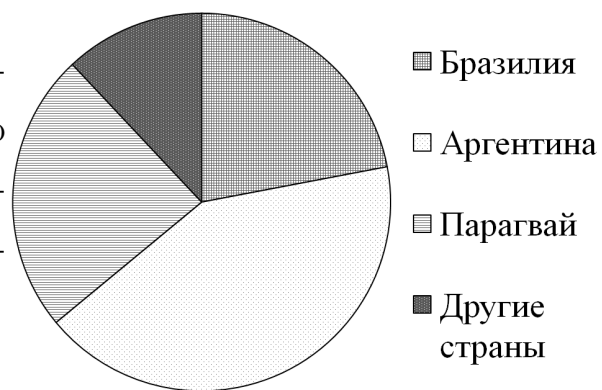


рисунок 1

1. Аргентина больше  $\frac{1}{3}$ .

2. Аргентина больше половины.

3. Колумбия больше четверти.

4. Колумбия меньше трети.

5. Бразилия больше Колумбии.

7. Бразилия больше трети.

6. Бразилия больше Аргентины.

8. Аргентина больше 3 млн.

9. Аргентина больше 4,5 млн.

10. Колумбия больше 2 млн.

11. Колумбия меньше 3 млн.

12. Бразилия больше 3 млн.

13. Парагвай меньше 3 млн.

14. Бразилия меньше 5 млн.

### 5.3 Задание №18

**Пример 5.3** На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей.

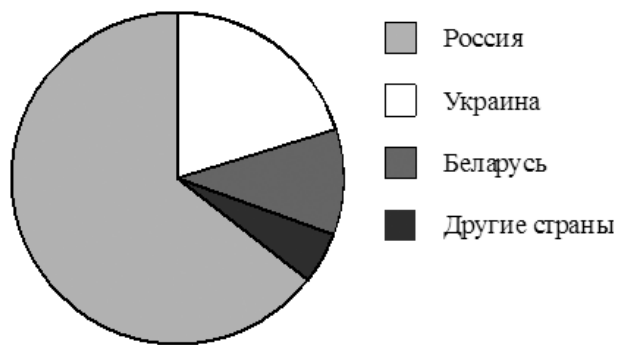
Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. Пользователей из Беларуси больше, чем пользователей из России.

2. Пользователей из Украины меньше трети общего числа пользователей.

3. Пользователей из Беларуси больше, чем пользователей из Дании.

4. Пользователей из России меньше 4 миллионов.



В ответе запишите номера выбранных утверждений.

#### Решение.

1. Сектор цвета занимает большее место чем сетор цвета , следовательно утверждение 1 неверно.

2. Сектор белого цвета занимает меньше  $120^\circ$ , то есть меньше трети, следовательно утверждение верно.

3. Сектор Беларуси больше сектора другие страны. Дания входит в другие страны. То есть утверждение верно.

4. Сектор России занимает более половины места. Половина от 9 млн. — 4,5 млн. Утверждение верно.

5. Записать ответ в бланк ответов

1																			
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

### 5.3.1 Раздаточный материал

1) На диаграмме представлено распределение количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей. Отметьте верные утверждения

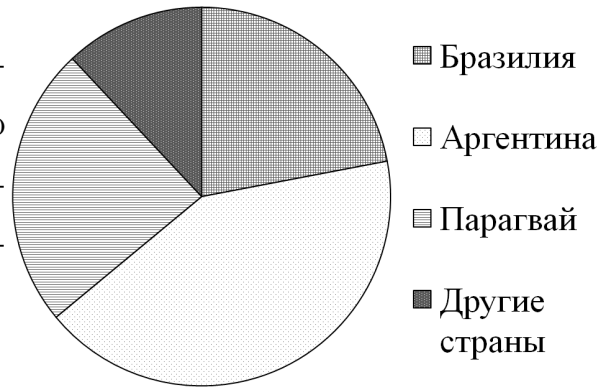


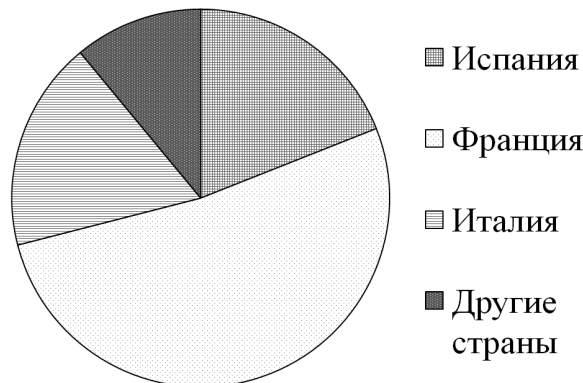
рисунок 1

1. Аргентина больше  $\frac{1}{3}$ .
2. Аргентина больше половины.
3. Колумбия больше четверти.
4. Колумбия меньше трети.

5. Бразилия больше Колумбии.
6. Бразилия больше Аргентины.
7. Бразилия больше трети.
8. Аргентина больше 3 млн.
9. Аргентина больше 4,5 млн.
10. Колумбия больше 2 млн.
11. Колумбия меньше 3 млн.
12. Бразилия больше 3 млн.
13. Парагвай меньше 3 млн.
14. Бразилия меньше 5 млн.

### 5.3.2 Варианты задачи №18

1) На диаграмме представлено распределение количества произведенного вина по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было произведено 123 млн. литров.

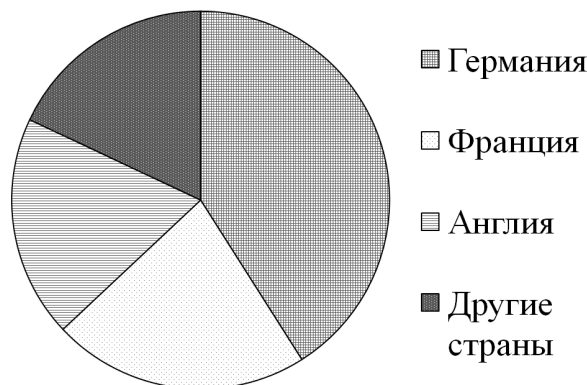


Какие из следующих утверждений **верны**?

1. Вина в Испании произведено больше чем во Франции.
2. Вина в Испании, Италии и Франции в совокупности произведено менее 90 млн. литров.
3. Больше всего вина в Европе производится во Франции.
4. Больше всего вина в Европе производится в Нидерландах.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

2) На диаграмме представлено распределение промышленного производства по странам европы в 2014 году. Всего в Европе было произведено промышленных товаров на сумму 340 миллиардов евро.



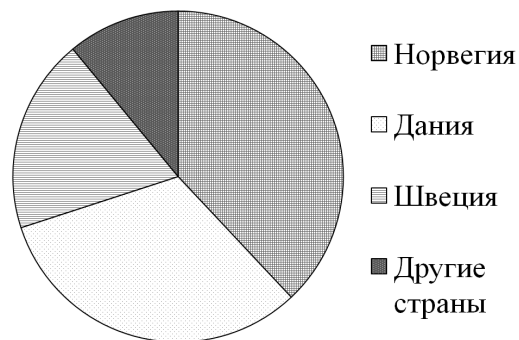
Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. В Германии произведено товаров на сумму более, чем 90 миллиардов евро.
  2. В Англии произведено товаров на сумму менее, чем 120 миллиардов евро.
  3. В России произведено товаров на сумму, большую 100 миллиардов евро.
  4. В Германии произведено товаров на меньшую сумму, чем в Англии.
- В ответе запишите номера выбранных утверждений.

3) На диаграмме представлено распределение вылова рыбы в балтийском море по странам в 2014 году. Всего в балтийском море было выловлено 31 млн. тонн рыбы.

Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. Больше всего рыбы было выловлено Данией.
2. Норвегией было выловлено меньше рыбы, чем Швецией.
3. Дания и Норвегия на пару выловили меньше 15 млн. тонн рыбы..
4. Ни одна страна не выловила больше 8 млн. тонн рыбы.



В ответе запишите номера выбранных утверждений.

4) На диаграмме представлено распределение заготовки леса по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было заготовлено 240 млн. кубометров леса.

Какие из следующих утверждений **верны**?

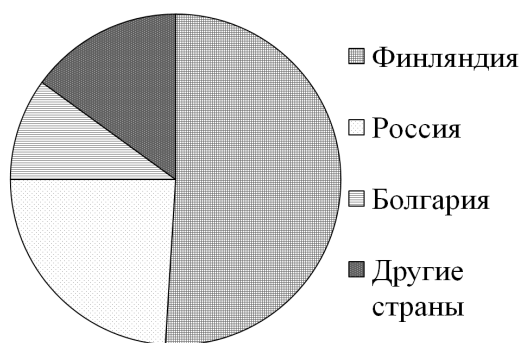
1. Больше всего леса было заготовлено в России.

2. В Финляндии и России в совокупности заготовлено около 180 млн. кубометров леса.

3. В Швеции леса заготовили меньше, чем в Финляндии.

4. В Европе есть три страны, в каждой из которых заготовили больше 90 млн. кубометров леса.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.



5) На диаграмме представлено распределение количества произведенного вина по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было произведено 123 млн. литров.

Какие из следующих утверждений **верны**?

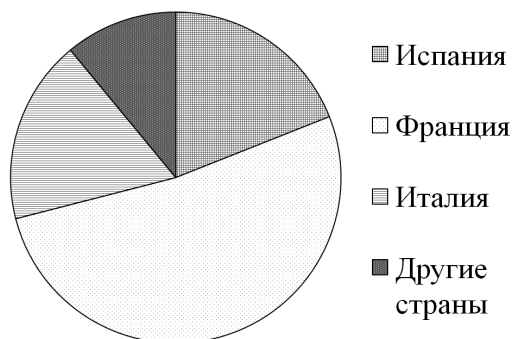
1. Вина в Испании произведено примерно вдвое больше, чем в Италии.

2. Во Франции произведено больше 100 млн. литров вина.

3. Ни одна страна Европы не произвела больше 80 млн. литров вина.

4. В Италии произведено вина меньше, чем в Греции.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.



6) На диаграмме представлено распределение промышленного производства по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было

произведено промышленных товаров на сумму 340 миллиардов евро.

Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. В Германии и Англии произведено промышленных товаров примерно на одну и ту же сумму.

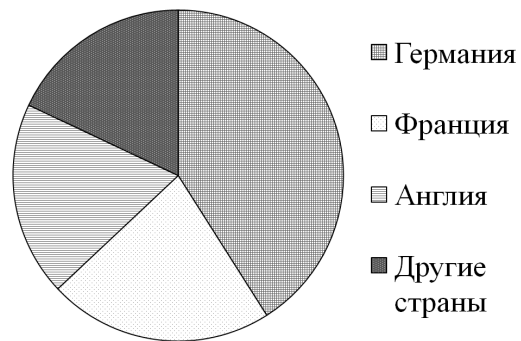
2. Лидером Европы по производству промышленных товаров является Германия.

3. По крайней мере в двух странах

Европы произведено промышленных товаров на сумму большую, чем 30 миллиардов евро.

4. В Германии и Франции произведено товаров на большую сумму, чем во всех остальных странах Европы.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.



7) На диаграмме представлено распределение вылова рыбы в Балтийском море по странам в 2014 году. Всего в Балтийском море было выловлено 31 млн. тонн рыбы.

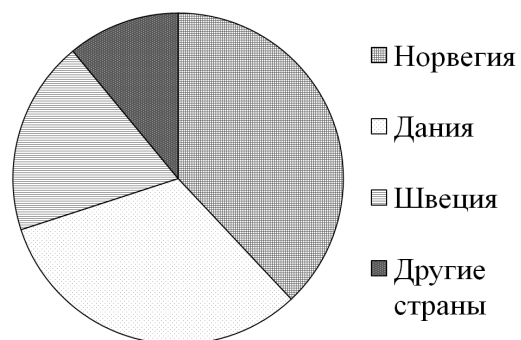
Какие из следующих утверждений **неверны**?

1. Швеция и Дания в сумме выловили меньше 10 млн. тонн рыбы..

2. По количеству выловленной в Балтийском море рыбы Дания занимает второе место.

3. Норвегия выловила больше рыбы, чем Швеция и Россия вместе взятые.

4. Дания выловила больше 25 млн. тонн рыбы.



В ответе запишите номера выбранных утверждений.

8) На диаграмме представлено распределение заготовки леса по странам Европы в 2014 году. Всего в Европе было заготовлено 240 млн. кубометров леса.

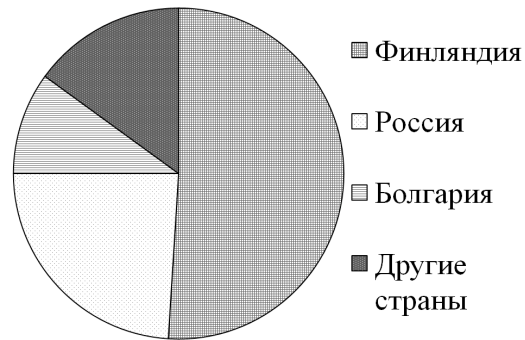
Какие из следующих утверждений **верны**?

1. Россия не входит в тройку ведущих стран Европы по заготовке леса.

2. В Болгарии заготовлено леса по крайней мере в 5 раз меньше, чем в России.

3. В Латвии, Литве и Эстонии в совокупности заготовлено меньше леса, чем в Финляндии.

4. Ни одна страна Европы не заготовила больше 120 млн. кубометров леса.



В ответе запишите номера выбранных утверждений.